$(80 - 0{,}2q)q = 4680 + 12{,}5q$,

и решив полученное квадратное уравнение

$-0{,}2q^2 + 67{,}5q - 4680 = 0 \Rightarrow q_1 = 97{,}5$ и $q_2 = 240$,

найдем верхнюю границу зоны прибыли $q = 240$.

C_1

R

C

5000

100 128 240

Литература

1. *Друри К.* Управленческий и производственный учет. – М.: ЮНИТИ, 2003.

Э. Т. Мусуралиева,

к.ф.-м.н., ассоциированный профессор направления «Естественные науки и информационные технологии», Американский университет в Центральной Азии

О математике для социальных наук

В настоящее время роль математики в естествознании, гуманитарных и социальных науках огромна. Среди социальных наук по числу применений математических методов первенство, несомненно, принадлежит экономической науке. Этому способствовало то, что все основные понятия и предметы, которые изучают экономисты, выражаются количественно и «изучение способов, которыми человечество решает проблему ограниченности ресурсов» (6), также возможно количественными методами. Политология и психология по числу математических моделей уступают только экономике. Разработка стратегии экономического развития, использование моделей социального поведения, принятие политических решений – все это сейчас совершенно невозможно без систематического применения математики.

Именно поэтому к математическому образованию работников социальных наук предъявляются сейчас очень высокие требования: они должны знать основные положения высшей математики и уметь анализировать полученные результаты. К этому следует добавить, что за последние годы математические методы, которыми пользовались только математики, получили широкое распространение и среди работников нематематических дисциплин. Временами материал, рассматриваемый в курсе высшей математики, кажется студентам очень абстрактным. Но абстрактность в курсе математики необходима. Именно абстрактность формул, графиков, утверждений позволяет применять математические методы в различных дисциплинах. В итоге, если говорить о навыках и умениях, которые преподаватели математики стараются донести до студентов нематематических специальностей, то сюда следует отнести:

1) способность к пониманию математического материала, абстрагированию от конкретных количественных отношений и оперированию формальными структурами;

2) способность обобщать математический материал и систематизировать исходные данные, вычленять главное и видеть общее во внешне различном, способность к установлению связи между приобретенными математическими знаниями и явлениями жизни;

3) способность к оперированию числовой и знаковой символикой, способность понимать и составлять формулы.

В данной статье предлагаются 3 прикладные задачи, которые помогают усвоению полученных математических знаний и могут в будущем служить основой для самостоятельного исследования прикладного характера. Первый пример предлагается в (3, 5). Вторая и третья задачи составлены на основе теоретического материала, изложенного в (2) и (3).

В качестве первого примера рассмотрим разностные уравнения. Многие вопросы социального направления успешно решаются с помощью построения разностных уравнений:

– модель экспоненциального роста численности популяции, в частности Т. Мальтус (1766–1834) рассматривал закон о народонаселении в виде геометрической прогрессии, и затем Ч. Дарвин, используя его модель, рассчитывал возможность роста народонаселения;

– различые модели эволюции социокультурных систем, а именно модели развития цивилизации, этноса, общественного движения, группы, семьи, индивида;

– модели распространения инноваций внутри данной социальной системы и логистического роста, где инновации могут рассматриваться не только как новые знания, изобретения и т.д., инновациии могут иметь и антисоциальное направление, например, распространение влияния террористических групп, угроза информационной безопасности (4), распространение наркотиков и т.д.;

– модели политической или социальной мобилизации, т.е. модели вовлечения людей в партию, обращение в какую-либо веру и т.п.

Пример 1. В 1918 году английский метеоролог Льюис Ричардсон сумел построить с помощью разностных уравнений очень простую модель, учитывающую только три фактора возможной гонки вооружений. Все его рассуждения были записаны только в виде двух уравнений:

X_{t+1}=kY_t–aX_t+g
Y_{t+1}=mX_t–bY_t+h,
где X_t, Y_t – величины уровней вооружений в момент времени t в государствах X и Y соответственно, X_{t+1} и Y_{t+1} – величины уровней вооружений в момент времени t+1.

Коэффициенты k, m, a и b являются положительными величинами, a g и h – положительные или отрицательные в зависимости от того, насколько эти государства враждебно или дружелюбно настроены друг к другу.

Дальнейший элементарный анализ модели дает возможность утверждать, что при $t \longrightarrow \infty$ возможны 3 случая:

– Бесконечная гонка вооружений: $X \longrightarrow \infty$, $Y \longrightarrow \infty$.
– Взаимное разоружение: $X \longrightarrow 0$, $Y \longrightarrow 0$.
– Равновесие вооружений: $X \longrightarrow X^*$, $Y \longrightarrow Y^*$, где X^*,Y^*>0.

Эта динамическая модель была испробована на самых разных вариантах гонки вооружений и позволяла предсказывать предстоящую войну. Особенно эффективной модель оказалась в случае краткосрочных прогнозов.

Как правило, при разработке математических моделей делаются определенные упрощения исходных данных, и в связи с этим в некоторых случаях модели дают сбой. В данном случае модель гонки вооружения Ричардсона не применима в ситуациях, связанных с ядерным оружием, «...поскольку ядерное оружие, представляя собой весьма действенную и к тому же неограниченную угрозу для противника, не предполагает крупных экономических затрат».

Дальнейшие исследования, основанные на модели гонки вооружений Ричардсона, проводились Майклом Уоллисом, затем У. Лэд Холлистом.

Аналогичный подход к изучению модели социальных процессов рассмотрен в (6): модель Лотки-Вольтерра, применяемая биологами для изучения взаимодействия популяций, была успешно распространена на случаи сотрудничества и борьбы за существование в социальных науках. В модели Лотки-Вольтерра взаимодействие двух популяций описывается системой двух нелинейных дифференциальных уравнений:

$dx_1/dt=c_1x_1+a_{12}x_1x_2+a_{11}x_1^2$
$dx_2/dt=c_2x_2+a_{21}x_1x_2+a_{22}x_2^2$,

где $x_1(t)$ и $x_2(t)$ – численность популяций в момент t. Линейные члены c_1x_1 и c_2x_2 в правых частях уравнений соответствуют свободному размножению видов, члены $a_{11}x_1^2$ и $a_{22}x_2^2$ указывают на наличие внутривидовой конкуренции. Произведения $a_{12}x_1x_2$ и $a_{21}x_1x_2$ отражают процесс взаимодействия двух популяций, при этом, если коэффициенты a_{12} и a_{21} отрицательны, то виды конкурируют между собой, а при положительных коэффициентах сосуществуют или сотрудничают.

Примером пересечения процессов принятия политических и экономических решений может служить теория игр, которая имеет многочисленные приложения для анализа проблем микроэкономики и социального поведения людей. Ящик Эджворта наглядно представляет поведение двух игроков с двумя товарами. Огромное количество информации может быть заложено в нескольких прямых линиях, точках и кривых. Понятно, что реальный мир состоит из более чем двух игроков и более чем двух товаров. Но, оказывается, эту модель можно распространить и на многомерный случай. Ящик Эджворта дает возможность студентам применить знания геометрии, способствует обоснованному рассуждению с использованием исходных количественных данных в многомерном случае. В (5) рассмотрен общий случай ящика Эджворта. Составим пример для двух игроков с заданными для каждого из них функциями полезности.

Пример 2. Сабира и Кулипа потребляют два вида товаров: пирожные и шоколад. У Сабиры 20 пирожных и 4 плитки шоколада, у Кулипы 16 пирожных и 5 плиток шоколада. Они не интересуются другими товарами на рынке и обмениваются товарами только между собой.

Рассмотрим проблему эффективного распределения товаров между игроками. Представим данную ситуацию в виде ящика Эджворта (см. рис.1).

В ящике Эджворта длина горизонтальной оси равна общему количеству пирожных, а именно 20+16=36. Длина вертикальной оси равна общему количеству шоколада, т.е. 4+5=9. Таким образом, в системе координат Сабиры $O_1x_1y_1$ точка *A* имеет координаты $x_1= 20$ и $y_1= 4$, а в системе координат Кулипы $O_2x_2y_2$ $x_2= 16$ и $y_2= 5$.

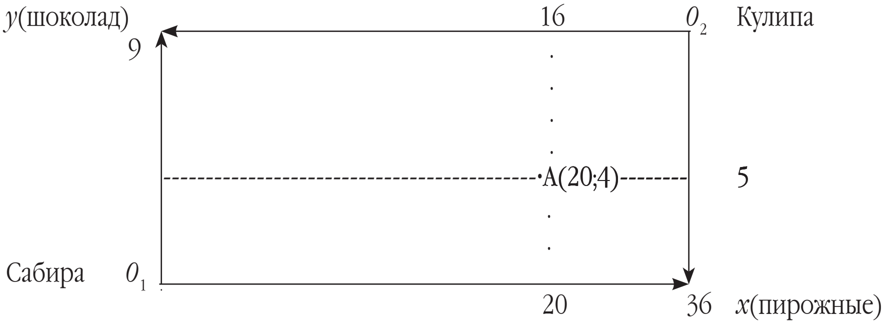

Рис. 1

Предположим, что функция полезности Сабиры имеет вид $U(x_1;y_1)=x_1+4y_1$, т.е. кривые безразличия данной функции – это множество всех прямых с угловым коэффициентом – 0,25. Функция полезности Кулипы $U(x_2;y_2)=x_2y_2$ и кривые безразличия – множество всех гипербол, построенных относительно системы координат $O_2x_2y_2$. Для нахождения точек эффективного распределения товаров между игроками надо проверить требование Парето-оптимальности, т.е. в этих точках положение ни одного из игроков нельзя улучшить, не ухудшая при этом положение его партнера. Точки касания кривых безразличия Сабиры и Кулипы образуют искомое множество Парето (это множество точек называют еще контрактной кривой). Угловой коэффициент кривых безразличия Сабиры равен 0,25, предельная норма замещения кривых Кулипы равна – y_2/x_2. Следовательно, множество Парето – это диагональ ящика Эджворта, а именно, отрезок прямой, соединяющий точки O_1 и O_2. Множество Парето еще называют контрактным множеством. Очевидно, заданная точка $A(20;4)$ не принадлежит контрактному множеству. Встает вопрос: может ли это начальное распределение быть улучшено путем обмена товарами между игроками? Проведем через эту точку кривые безразличия. Можно легко показать, что они не касаются друг друга, но в своем пересечении они образуют область (переговорное множество), двигаясь внутри которой каждый из игроков может улучшить значение обеих функций полезности. Можно показать, что часть контрактного множества оказывается внутри области, образованной проведенными кривыми безразличия.

Также многочисленные задачи математического моделирования социального поведения соприкасаются и с теорией полезности. Принятие решений, например, о выборе той или иной государственной политики с учетом ожидаемой полезности происходит в ситуациях, сопряженных с риском и неопределенностью.

Пример 3. Правительство намерено рассмотреть вопрос о строительстве железной дороги Бишкек–Ош. Вероятность утверждения данного проекта 0,4. Если проект о строительстве железной дороги будет утвержден, то цены на акции компании «Кыргыз геология» поднимутся. Инвестор должен сделать выбор между гарантированным доходом x долларов и пакетом акций компании «Кыргыз геология», где он может получить 1 000 000 долларов с вероятностью 0,4 и получить 22 500 долларов с вероятностью 0,6. В каком случае инвестор выберет гарантированный доход, если ожидаемая функция полезности инвестора $E(U)=0.4\sqrt{C_1}+0.6\sqrt{C_2}$, где C_1, C_2 – потребления при утверждении данного проекта и отклонении проекта соответственно?

Решение. Вычислим значение ожидаемой функции полезности инвестора $E(U)=0{,}4\sqrt{10000}+0{,}6\sqrt{22500}=400+90=490$. Предположим, что инвестор выбирает гарантированный доход, тогда $\sqrt{x}>490$, т.е. $x>490^2$. Следовательно, если гарантированный доход будет превышать 490^2 долларов, то инвестор не будет инвестировать в пакет акций, а выберет гарантированный доход.

При изложении курса математики необходимо сочетание теоретического материала с обсуждением конкретных прикладных задач, что способствует развитию навыков и умений применять знания в новой ситуации. Для студентов математических специальностей вообще характерно обобщенное решение задач (тенденция решать каждую конкретную задачу в общем виде), прикладные же задачи на занятиях математики вызывают больший профессиональный интерес у студентов нематематических специальностей, мотивируют их к более глубокому пониманию теоретического материала и в дальнейшем способствуют обобщению изученного материала. Предметы по специальности таких направлений, как экономика, социология, психология, политология, дают студентам большой теоретический материал, который базируется на количественном анализе, и базовые математические курсы могут значительно обогатить понимание сущности социальных явлений. Можно легко обнаружить существующую корреляцию между успешностью (или оценками) студентов по математическим и, в частности, экономическим предметам. И это совершенно естественно, так как геометрия, математический анализ, математическая статистика и многие другие математические курсы лежат в основе многих дисциплин социальных направлений.

Современная прикладная математика содержит множество специальных разделов и огромное количество приложений математики в социальных науках. Преподаватели математики в АУЦА, изучая имеющуюся американскую литературу по математике, предлагают студентам новые разделы математики, используя опыт американских университетов (например, финансовую математику, разностные уравнения с многочисленными приложениями, теорию игр и т.д.). Особый интерес в американских учебниках представляют примеры приложения традиционного математического аппарата к задачам экономики, финансов, менеджмента, социологии и т.д. Кроме того, общепризнанные тесты, такие как GRE, GMAT, рекомендуют новые стратегии и тактики для решения традиционных задач. В настоящий момент идет процесс формирования учебных планов, поскольку за последние годы на территории СНГ многие направления социальных наук получили свою новую интерпретацию. В ведущих российских университетах в перечень обязательных дисциплин для студентов направления «Политология» включен предмет «Математические модели в политологии», и, кроме того, студенты четыре семестра изучают математику – это курсы «Математический анализ и линейная алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория игр», и только в пятом семестре переходят к изучению математических моделей в политологии (1). В Университете штата Индиана для специальности Political Sciences (B.A.) обязательным курсом является курс статистики, и пререквизитом этому курсу предлагаются конечномерная математика и курс алгебры. Кроме того, студентам предлагается курс M447 «Mathematical Models and Applications» и M347 «Discrete Mathematical Models» с пререквизитами курса высшей математики, элементов теории вероятности, конечномерной математики для социальных наук и биологии и аналитической геометрии I, II. Только такой серьезный подход к изучению математических дисциплин даст возможность студентам перейти к изучению такого интересного и содержательного предмета, как математиеские модели в социальных науках.

Литература

1. *Ждан О.* Две политологии. – http://lib.rin.ru/doc/i/101412p.htm, Библиотека RIN.RU.
2. *Крушвиц Л.* Финансирование и инвестиции. – СПб.: Питер, 2000.
3. *Мангейм Д.Б., Рич Р.К.* Политология. Методы исследования. – М., 1997.
4. *Михайлов А.П.* Математические модели в функционировании социологического мониторинга угроз информационной безопасности // Ломоносовские чтения 2002 г. Т. 1.
5. *Плотинский Ю.М.* Теоретические и эмпирические модели социальных процессов. – М.: Логос, 1998.
6. *Ризниченко Г.Ю., Рубин А.Б.* Математические модели биологических продукционных процессов. – М.: МГУ, 1992.
7. Словарь современной экономической теории / Под общей ред. Дэвида У. Пирса. – М.: ИНФРА-М, 1997.
8. *Hal R.* Varian- Intermediate Microeconomics. A modern Approach. Third Edition. University of Michigan, 1987.

О.В. Плохих,

и.о. ст. преп. направления «Современные языки»,

Американский университет в Центральной Азии

Дидактика страноведения: сочетание языка и культуры в преподавании иностранных языков

Интеграционные процессы в Европе, вызванные распадом бывшего Советского Союза, объединением Германии, а также введение единой европейской валюты вызвали рост мобильности людей в профессиональной сфере и в области туризма, бурное развитие технологий в сфере коммуникаций. В связи с этим возникла еще большая потребность