

**АМЕРИКАНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ В ЦЕНТРАЛЬНОЙ АЗИИ
АКАДЕМИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ “TeachEx”**

С.К.Кыдыралиев, Б.М.Урмамбетов

***СБОРНИК ЗАДАНИЙ
ПО СОВРЕМЕННОЙ СТАТИСТИКЕ***

БИШКЕК 2006

**ББК 65.9 (2)26
К – 97**

Рецензент: Шайымкулов М.О..

**Кыдыралиев С.К., Урмамбетов Б.М.
К-97 Сборник заданий по современной статистике / -Б.:2006.- с.**

ISBN 9967-20-345-5

Рыночная экономика требует умения не только обрабатывать имеющуюся статистическую информацию, но и умения делать выводы из нее и прогнозировать будущие события. В связи с этим в современной статистике невозможно обходиться без знания вероятностных методов.

Эти знания необходимы, как для практических работников, так и для учащихся.

Особенностью предлагаемой работы является большое количество текстовых задач, примеров и ситуаций.

Издание этой книги было бы невозможно без финансовой поддержки проекта по бизнес и экономическому образованию корпорации КАРАНА и USAID.

К 0605010204 ББК 65.9(2)26

ISBN 9967-20-345-5 ©Кыдыралиев С.К. , Урмамбетов Б.М. 2004

Содержание:

§ 1. Средние значения.....	4
§ 2. Средние значения и разброс данных.....	7
§ 3. Неравенство Чебышева.....	13
§ 4. Индексы.....	14
§ 5. Сила при голосовании.....	17
§ 6. Комбинаторика.....	21
§ 7. Смешанные задачи на комбинаторику.....	23
§ 8. Мощность множества.....	24
§ 9. Пространство событий.....	27
§ 10. Операции над случайными событиями.....	28
§ 11. Непосредственный подсчет вероятностей.....	30
§ 12. Теорема сложения вероятностей.....	31
§ 13. Условная вероятность. Независимость событий.....	33
§ 14. Формула полной вероятности.....	37
§ 15. Формула Байеса.....	39
§ 16. Задачи на полную вероятность и формулу Байеса.....	40
§ 17. Случайная дискретная величина и закон ее распределения.....	42
§ 18. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.....	45
§ 19. Гипергеометрическое распределение.....	47
§ 20. Распределение Пуассона.....	49
§ 21. Равномерный закон распределения.....	52
§ 22. Показательное распределение.....	53
§ 23. Нормальное распределение.....	54
§ 24. Выборки.....	60
§ 25. Доверительный интервал.....	62
§ 26. Парные выборки.....	69
§ 27. Сравнение двух генеральных средних на основе двух независимых выборок большого объема.....	71
§ 28. Оценка величины доли.....	73
§ 29. Оценка дисперсии и стандартного отклонения нормально распределенной популяции.....	75
§ 30. Линейная регрессия.....	80
Варианты контрольных работ.....	82
Приложение.....	144
ОТВЕТЫ.....	156
Литература.....	182

К сожалению, курс статистики, как правило, воспринимается как курс, на котором долго, а часто и нудно, рассказывают о том, как нужно классифицировать имеющиеся наборы данных. Безусловно, это очень важное умение, но современная статистика, в основном, предполагает умение планировать и прогнозировать, а этому в большинстве курсов статистики не учат. Другими словами, обычно учат умению работать с данными в условиях полной определенности, а в реальной жизни приходится принимать решения в условиях неопределенности. Основная цель данного учебного пособия - желание восполнить этот пробел.

По словам Марка Твена, выдающийся британский премьер-министр Дизраэли любил повторять, что существует 3 вида лжи: *ложь, наглая ложь, статистика*. Но для того чтобы уметь оперировать статистическими данными, нужно хорошо владеть соответствующей техникой, развитие которую поможет предлагаемая работа.

§ 1. Средние значения.

Министр пропаганды племени Мумба-Юмба, выступая на одном из торжественных заседаний, объявил, что под руководством солнцеликого вождя, племя за прошлый год достигло небывалого успеха – средняя заработная плата поднялась на 100%.

Лидер официальной оппозиции, который осмелился заявить, что все не так замечательно и жизнь улучшилась только на 40%, так как рост цен составил 60%, был съеден на ужине в честь столь знаменательного события. На сколько был прав лидер официальной оппозиции?

Лидер оппозиции правильно воспользовался уравнением Фишера $r = i - \pi$, где r – реальная ставка доходности, i – номинальная ставка доходности, а π – ставка инфляции.

Но он, видимо, обучался в западных университетах и, так как это не актуально для экономически развитых стран, не знал, что это уравнение справедливо только при малых значениях инфляции.

Формула, которая годится для всех случаев:

$$r = (i - \pi) / (1 + \pi).$$

Соответственно, жизнь племени Мумба-Юмба улучшилась, в среднем, не на 40%, а на 25%.

Для того чтобы сделать еще более интересные выводы о положении дел в племени Мумба-Юмба необходимо выяснить, что кроется за термином *средняя заработная плата*. Об этом мы будем говорить далее.

Количество элементов в совокупности называется кардиналом этой совокупности. Если найти сумму всех чисел, входящих в совокупность чисел и разделить на кардинал совокупности, то получится число μ , называемое *средним арифметическим значением*:

$$\mu = \frac{(x_1 + x_2 + \dots + x_n)}{n} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$

Если упорядочить элементы числовой совокупности по возрастанию или убыванию, то число, стоящее точно в середине упорядоченного набора называется *медианой*. Если кардинал совокупности есть четное число, то медиана равна среднему арифметическому значению двух чисел стоящих в середине упорядоченного набора.

Число, которому равно максимальное количество элементов числовой совокупности называется *модой*. Числовая совокупность может иметь несколько мод.

Проверим правильность слов министра пропаганды племени Мумба-Юмба, используя следующие данные:

в племени заработную плату получают 200 работников, 10 министров и президент; заработная плата работника в 1-й год \$10, министра \$100, президента \$587; во 2-й год заработная плата работника \$15, министра \$200, президента \$2174.

Среднее арифметическое значение

в 1-й год: $\frac{200 \cdot \$10 + 10 \cdot \$100 + \$500}{211} = \$17;$

во 2-й год: $\frac{200 \cdot \$15 + 10 \cdot \$200 + \$2174}{211} = \$34,$

заработной платы действительно выросло в два раза, но при этом, заработная плата работников – мода, а также медиана данного набора - выросла, только на 50%, и вспомнив об инфляции в 60%, можно сильно загрузить.

Упражнения

1. Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получило по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите среднее арифметическое, медиану и моду этих чисел.

2. Выручка (*revenue*) и расходы (*cost*) магазина в 2001 году составила (в млн сом)

Месяцы	1	2	3	4	5	6	7	8
Выручка	7	9	12	6	10	9	11	8
Расходы	5	6,8	9	4,1	7	6,6	7,5	6

Определите среднее арифметическое, медиану и моду для

а) выручки; в) расходов; с) прибыли (*profit*).

3. После того как хозяин магазина из примера 2 ввел премии для работников, зависящие от выручки, результаты последующих месяцев (2002 года) приобрели следующий вид:

Месяцы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Выручка	13	14	16	11	13	15	15	14	16	12	17	20
Расходы	11	12,6	13,8	9,1	11,7	13,6	12,5	13,6	14,8	11,7	16,5	19

Определите среднее арифметическое, медиану и моду для

а) выручки; в) расходов; с) прибыли (*profit*) 2002 года.

4. Сравните результаты 2-го и 3-го примеров. Какие причины могли привести к выявленным изменениям?

5. Используя дополнительные сведения к условиям упражнения 1, (площадь 1-го поля 66 гектаров, остальных, соответственно: 45 га; 95 га; 56 га; 145 га; 50 га; 45 га; 75 га; 84 га), определите среднее арифметическое, медиану и моду для площади полей, а также для урожайности.

6. Анализ количества пропущенных уроков 5 учениц привел к следующим результатам: Аида - 5, Айжан - 14, Назгуль - 8, Канайым - 11. Если среднее арифметическое количества пропущенных уроков 8, то сколько уроков пропустила Мээрим?

7. Вес 7 студентов задается следующими данными: Исмаил - 75 кг, Айша - 52 кг, Хусейн - 68 кг, Жусуп - 78 кг, Фатих - 65 кг, Сезен - 80 кг. Если вес Айхана является медианой для этих значений, то сколько кг он может быть равен?

8. Уважаемые люди, в ответ на вопрос, сколько чашек чая они выпивают в день, ответили: Исмаил - 5, Айша - 4, Хусейн - 6, Жусуп - 8, Пынар - 6, Фатих - 6, Сезен - 7. Айхан сказал, что если число чашек чая, которое он выпивает за день добавить к предыдущим числам, то оно будет являться модой. Сколько чашек выпивает Айхан за день?

9. Уважаемые люди, в ответ на вопрос, сколько чашек чая они выпивают в день, ответили: Исмаил - 5, Айша - 4, Хусейн - 6, Жусуп - 8, Пынар - 6, Сердар - 10, Сезен - 7. Айхан x . Сколько чашек выпивает Айхан, если число чашек чая, которое он выпивает в день равно моде? Был ли его ответ однозначным? Как изменится ответ, если известно, что мода только одна?

10. Если совокупность состоящая из 6 чисел имеет среднее арифметическое равное 100, 5 элементов равны, соответственно 15; 21; 9; 32; 14, то чему равен 6-й элемент?

11. На кондитерской фабрике 5 машин-автоматов выпускают шоколадки АНАРА весом по 100 грамм. Но в связи с тем, что настройка на одной из них разладилась, она стала выдавать шоколадки весом 95 грамм. Как с помощью одного взвешивания узнать, какая из машин разладилась?

12. Владелец кондитерской фабрики решил выбрать себе нового заместителя. С этой целью, он перенастроил одну из 10-ти машин-автоматов

выпускающих шоколадки МИКС весом 50 грамм так, чтобы она выпускала шоколадки другого веса. В заместители он возьмет того, кто с помощью двух взвешиваний узнает, какая из машин разладилась. Попробуйте свои силы.

§ 2. Средние значения и разброс данных

Для стабильной работы мельницы требуется 220 тонн пшеницы. Должен ли хозяин мельницы ориентироваться только на обещание о поставках фермерского хозяйства, если известно, что оно засекает пшеницей 88 гектаров, а средняя урожайность в последние годы составила 25,3 центнеров с га?

Если в совокупности чисел от самого большого числа отнять самое маленькое, то получится число называемое *размахом совокупности*.

Если в совокупности чисел отбросить 25% самых маленьких и 25% самых больших чисел и найти размах полученной совокупности, то найденное число называется *межквартильным размахом*.

Если от каждого числа совокупности вычесть среднее арифметическое, полученные числа возвести в квадрат и просуммировать, то получится число называемое *дисперсией (вариацией)*.

Корень из *дисперсии* называется *стандартным (среднеквадратичным) отклонением*.

$$\text{дисперсия: } D = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2}{n} = \frac{\sum_{k=1}^n (x_k)^2}{n} - \left(\frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n} \right)^2 = \mu(x^2) - \mu^2(x);$$

$$\text{стандартное отклонение: } \sigma = \sqrt{D}.$$

Упражнения

1. Узнав от президента фирмы о том, что, в среднем, заработная плата сотрудников фирмы равна \$600, Исабек согласился начать работу, получая заработную плату \$200.

Через несколько месяцев, освоившись, и получив некоторую информацию, он пришел к президенту и заявил: «Вы меня обманули. Почти все, кто работает рядом со мной, получают не \$600, а \$200». В ответ, президент сказал: «Ну что Вы? Я вам сказал правду. Возможно, Вы не общались с большей половиной сотрудников. В частности, я могу дополнительно сообщить, что не менее половины наших сотрудников получает не меньше \$400». Через некоторое время, Исабек снова пришел к президенту и сказал: «Извините, но я не могу поверить в истинность Ваших слов об уровне заработной платы. Я получил информацию от сотрудников, которые работают на Вашу фирму много лет и их

заработная плата далека от \$600». После этих слов, президент фирмы предъявил ведомость, в которой были указаны размеры заработной платы сотрудников фирмы:

президент - \$4800,
его брат - \$2000,
6 родственников – по \$500,
5 бригадиров – по \$400,
10 работников – по \$200.

Подтверждают ли эти данные истинность слов президента?

Определите *размах, межквартильный размах, дисперсию, стандартное отклонение* для этих чисел.

2. Фермерское хозяйство засеяло пшеницу на 9 полях, и с каждого гектара 1-го поля получило по 21 центнеру пшеницы. Зная, что урожайность на других полях составила 24; 18; 28; 18; 24,4; 21; 21; 19, определите *размах, межквартильный размах, дисперсию, стандартное отклонение* для этих чисел.

3. Выручка (*revenue*) и расходы (*cost*) магазина в 2001 году составила (в млн сом)

Месяцы	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Выручка	7	9	12	6	10	9	11	8	12	9	12	15
Расходы	9	8	9	8	7	8	7	6	8	7	8	13

Определите *размах, межквартильный размах, дисперсию, стандартное отклонение* для выручки, расходов и прибыли.

4. Вы планируете купить один из 2-х магазинов, которые продаются по одинаковой цене. Анализ работы этих магазинов дал следующие числа.: Прибыль магазина «Альфа» в последние недели равнялась (в тыс. сом): 55; 54; 51; 55; 53; 53; 54; 52. Прибыль магазина «Бетта»: 54; 53; 70; 54; 53; 50; 50; 52; 50. Определите средние значения и разброс для каждого магазина и примите решение о покупке.

5. Фермерское хозяйство решает выбрать один из двух сортов пшеницы для будущего сева. В прошлый раз традиционный сорт был посеян на 16 полях и дал урожай (в ц) 31; 29; 30; 33; 29; 30; 29; 31; 29; 33; 35; 30; 30; 30; 29; 30 с 1 гектара соответствующего поля. Новый сорт был посеян на 12 полях и показал следующие результаты: 33; 32; 31; 31; 32; 31; 29; 32; 32; 32; 13; 32. Определите средние значения и разброс для каждого сорта и выберите сорт.

6. Чему равна медиана набора чисел, у которой среднее арифметическое 1, а дисперсия 0?

7. Чему равно среднее арифметическое совокупности чисел, у которой медиана равна 21, а стандартное отклонение 0?

8. Если совокупность чисел имеет моду равную 100 и его размах равен 15, то может ли его элемент быть равным: а) 150; б) 80?

9. Если совокупность чисел имеет моду равную 100 и его размах равен 15, то в каких пределах могут быть его элементы?

10. Если совокупность чисел имеет медиану равную 25 и его межквартильный размах равен 15, то может ли его элемент быть равным 200?
11. Если совокупность чисел имеет медиану равную 25 и его межквартильный размах равен 12, то в каких пределах могут меняться 50% чисел находящихся в самой середине этой совокупности?
12. Если совокупность чисел имеет среднее арифметическое равное 10 и его размах равен 4, то может ли его элемент быть равным 13?
13. Если совокупность чисел имеет среднее арифметическое равное 10 и его размах равен 4, то в каких пределах могут быть его элементы?
14. Если совокупность чисел имеет моду равную 75 и его межквартильный размах равен 11, то в каких пределах могут быть его элементы?
15. Если совокупность чисел имеет моду равную 75 и его межквартильный размах равен 11, то в каких пределах могут меняться 50% чисел находящихся в самой середине этой совокупности?

Дополнительные упражнения: средние и разброс

1. В таблице приведены данные по отсутствовавшим на работе за период в 60 рабочих дней:

Количество отсутствовавших	0	1	2	3	4	5	6
Количество дней	12	16	11	6	8	3	4

Определите среднюю, медиану и моду по этим данным. Какой показатель, по вашему мнению, наиболее приемлем в данном случае?

2. Имеются данные по кредитовым остаткам 50 клиентов банка:

Остаток (ф.ст.)	0	200	400	600	800	1000
Количество счетов	12	18	10	6	3	1

Определите средний остаток путем вычисления:

а) средней; б) моды; в) медианы. Прокомментируйте разницу в полученных значениях.

3. Найдите значения средней, медианы и моды на основании следующих таблиц частот:

(i)

Заработная плата (ф.ст.)	200	300	400	500	600
Количество работников	4	7	6	5	3

(ii)

Количество отработанных сверхурочных часов:	0	2	4	6	8	10	12
Количество работников:	3	7	13	10	8	5	4

(iii)

Недельная прибыль (тыс.ф.ст)	0	5	10	15	20	25
Количество недель:	13	17	11	9	6	4

4. Найдите размах и межквартильный размах для наборов данных, приведенных ниже:

(i) 10, 4, 7, 12, 3, 2, 15, 8, 9, 6, 7, 4, 10, 30, 9, 8, 13, 10, 16

(ii) 4, 20, 5, 28, 12, 7, 8, 3, 1, 10, 16, 19, 8, 5, 3, 22, 19, 12, 30

Прокомментируйте различия на основании полученных показателей вариации.

5. В таблице приведены данные по зарплате, в фунтах стерлингов, 50 работников компании «Рэндольф»:

Недельная заработная плата	300	400	500	600	700
Количество работников	5	20	15	7	3

(i) Найдите медиану и межквартильный размах значений зарплаты в данной компании.

(ii) Найдите медиану и межквартильный размах значений заработной платы в другой организации (компании «Шварцкопф») и сравните полученные результаты с (i):

Недельная заработная плата	200	300	400	500	600	700	800
Количество работников	3	7	12	13	9	4	2

6. Найдите медиану и среднеквадратическое отклонение для следующих наборов данных:

(i) Недельный объем производства (тыс.тонн) на среднем сталеплавильном заводе за период в 50 недель:

Объем производства	20	30	40	50	60	70
Количество недель	7	14	11	9	6	3

(ii) Месячный доход предприятия (в 100 тыс.ф.ст.) за последние 100 месяцев:

Месячный доход	2	4	6	8	10
Количество месяцев	19	35	26	14	6

(iii) Недельный объем продаж розничного магазина электроники за период в 80 недель (в 10 тыс.ф.ст.):

Недельный объем продаж	10	14	18	22	26	30	34
Количество недель	10	7	15	23	17	5	3

7. Для проведения последующего анализа в конце каждой недели фиксировалась цена на акции на Лондонской фондовой бирже на момент закрытия торгов. В таблице приведено распределение цен на акции фармацевтической компании «Хартвудз» за два года.

Цена за акцию (ф.ст.)	1993 г.	1995 г.
8,00	0	5
8,50	2	12
9,00	9	18
9,50	11	14
10,00	14	3
10,50	9	0
11	7	0

Найдите значения средних и разброса. Прокомментируйте различия в ценах.

8. В таблице сравниваются объемы выпуска 2х производственных линий по весу произв. изделий. Контрольный вес изделия - 50 г, и обследование выборок из 100 изделий с каждой производственной линии дало следующие результаты.

Производственная линия	Арифметическая средняя	Среднеквадратическое отклонение
А	50,1	0,2
Б	50,0	1,1

Прокомментируйте различия в полученных результатах. Вы согласны, что линия Б «лучше», чем линия А?

9. Найдите среднюю арифметическую, медиану и моду по следующим данным:

(i) Распределение возрастов выборки из 40 работников:

Возрастной диапазон (лет):	20	30	40	50	60
Количество работников:	6	15	10	7	2

(ii) Процент брака в 30 выборках, произведенных на линии:

Процент брака:	0	2	4	6	8	10
Количество выборок:	2	5	9	8	5	1

(iii) Почасовая ставка всех работников (за исключением управленческого персонала) в крупной компании обрабатывающей отрасли промышленности:

Почасовая ставка (ф.ст.):	3,00	4,00	5,00	6,00	7,00	8,00	9,00
Процент персонала:	20	34	30	10	4	1	1

10. Найдите медиану и межквартильный размах с целью сравнения следующих данных:

Недельная зарплата		200	300	400	500	600	700	800	900
Количество работников:	Фирма А	25	38	23	14	0	0	0	0
	Фирма Б	18	22	24	17	10	5	3	1

Прокомментируйте различия в уровне заработной платы.

11. Рассчитайте среднюю арифметическую и среднеквадратическое отклонение на основании следующих наборов данных:

(i) Цена акций «Йеллоу Трэм Ко» (в ф.ст.) при закрытии торгов на Нью-Йоркской фондовой бирже за период в 20 дней:

Максимальная цена за акцию	5,00	5,20	5,40	5,60	5,80	6,00
Количество дней:	2	3	7	4	3	1

(ii) Диаметр выборки из 80 шайб, применяемых в мостостроительстве:

Размеры (мм):	20	22	24	26	28
Количество изделий:	16	26	18	12	8

(iii) Расстояния, зафиксированные группой торговых представителей за одну неделю в июне 1996 г.:

Расстояние (миль):	200	300	400	500	600	700
Количество представителей:	3	4	10	3	4	2

12. На основании данных таблицы прокомментируйте различия в ценах акций двух компаний. (Цифры приведены в ф. ст., а цены даны на момент закрытия торгов за последние 60 дней).

	Компания	
	Хоупс Лтд.	Шварц Ко
Средняя арифметическая	4,00	4,40
Среднеквадратическое отклонение	1,50	0,60

Можно ли сказать, что цены на акции «Хоупс Лтд» более неустойчивы, чем цены на акции «Шварц Ко»?

13. В таблице приведен анализ деятельности трех производственных коллективов в том, что касается дневной выработки за прошедший год. (Цифры даны в тыс. единиц в день).

	Производственный коллектив		
	А	Б	В
Медиана	18	16	19
Межквартильный размах	2	5	10

14. Последнее обследование предпочтений телезрителей дало следующие результаты по возрастным группам аудитории двух известных сериалов, показанных на американском телевидении в 1996 г. (Цифры приведены как процент данной возрастной категории от общего количества зрителей.):

Возраст (лет):	10	20	30	40	50	60	70	80	90
Программа А:	0	2	7	34	23	19	9	5	1
Программа Б:	13	40	34	12	1	0	0	0	0

Найдите среднюю арифметическую и среднеквадратическое отклонение возраста зрителей этих двух программ. Прокомментируйте различия в возрасте между двумя группами и по возможности объясните их.

§ 3. Неравенство Чебышева

Если совокупность чисел имеет среднее арифметическое равное μ и стандартное отклонение σ , тогда внутри интервала $(\mu - z\sigma; \mu + z\sigma)$

лежат не менее $\left(1 - \frac{1}{z^2}\right) 100\%$ элементов этой совокупности.

1. Если совокупность чисел имеет среднее арифметическое равное 15 и стандартное отклонение 3, тогда, какая часть, минимум, элементов этой совокупности лежит в интервале (9; 21)?

2. Если совокупность чисел имеет среднее арифметическое равное μ и стандартное отклонение σ , тогда, какая часть, минимум, элементов этой совокупности лежит внутри интервала: а) $(\mu - \sigma; \mu + \sigma)$; б) $(\mu - 2\sigma; \mu + 2\sigma)$; в) $(\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma)$?

3. Если набор чисел имеет среднее арифметическое равное 10 и стандартное отклонение 3, тогда, какая часть, минимум, элементов этого набора лежит в интервале (5,5; 14,5)?

4. Если совокупность чисел имеет среднее арифметическое равное 105 и дисперсию 144, тогда, какая часть, минимум, элементов этой совокупности лежит в интервале (45; 165)?

5. Если совокупность чисел, характеризующая ежемесячную выручку магазина, имеет среднее арифметическое равное 150 и дисперсию 16, тогда, можно ли ожидать, что выручка следующего месяца будет между 140 и 160?

6. Если для чисел, характеризующих ежегодный объем выпуска предприятия среднее арифметическое равно 500, а стандартное отклонение 30, то можно ли доверять обещаниям руководства предприятия, выпустить более 620 единиц продукции в будущем году?

§ 4. Индексы

Простые ценовые индексы:

$$\text{с постоянной базой} = \frac{P_i}{P_0} \cdot 100\%, \quad \text{с переменной базой} = \frac{P_i}{P_{i-1}} \cdot 100\%.$$

Здесь: p_i – цена в период i ; p_{i-1} – цена в период $(i-1)$; p_0 – цена в базовый период.

Агрегатные индексы:

$$\text{Простой: } \frac{\sum P_{ik}}{\sum P_{0k}} \cdot 100\%. \quad \text{Весовой: } \frac{\sum w_k P_{ik}}{\sum w_k P_{0k}} \cdot 100\%.$$

Индекс *Ласпейреса* получится, если в качестве веса w_k брать объемы товаров в базовый период времени (q_{0k}):

$$\frac{\sum q_{0k} P_{ik}}{\sum q_{0k} P_{0k}} \cdot 100\%,$$

а если в качестве веса w_k мы возьмем объемы товаров изучаемого периода i , то есть (q_{ik}), то получим индекс *Пааше*:

$$\frac{\sum q_{ik} P_{ik}}{\sum q_{ik} P_{0k}} \cdot 100\%.$$

Одним из наиболее известных примеров индекса *Ласпейреса* является индекс потребительских цен (ИПЦ), индекса *Пааше* - дефлятор ВВП.

Индексы *Ласпейреса* и *Пааше* имеют свои достоинства и недостатки. Поэтому, иногда используют обобщающие их индексы *Маршалла – Эджуорта* и *Фишера*.

$$\text{Индекс Маршалла – Эджуорта} = \frac{\sum (q_{0k} + q_{ik}) P_{ik}}{\sum (q_{0k} + q_{ik}) P_{0k}} \cdot 100\%.$$

$$\text{Индекс Фишера} = \sqrt{\left(\frac{\sum q_{0k} P_{ik}}{\sum q_{0k} P_{0k}} \right) \left(\frac{\sum q_{ik} P_{ik}}{\sum q_{ik} P_{0k}} \right)} \cdot 100\%.$$

Если в рассмотренных индексах вместо цены брать объем и наоборот, то полученные индексы называются индексами *физического объема*.

1. Внешнеторговый оборот Кыргызской Республики за 1998-2001 годы (в млн. долларов):

	1998	1999	2000	2001
Экспорт	513,6	453,8	504,5	476,1
Импорт	841,5	599,7	554,1	467,2

а) Приняв данные 1998 года за базу, подсчитайте простые индексы величин экспорта и импорта 1999, 2000, 2001 года.

б) Подсчитайте переменные индексы величин экспорта и импорта 1999, 2000, 2001 года.

в) Приняв данные 1998 года за базу, подсчитайте простые индексы величины чистого экспорта (NX) 1999, 2000, 2001 года. Обсудите результаты.

г) Подсчитайте переменные индексы величины чистого экспорта (NX) 1999, 2001 года. Обсудите результаты.

Если Вам, как представителю министерства экономики и внешней торговли предстоит отчитываться по итогам 2001 года, то какой индекс – с постоянной или переменной базой Вы выберете?

2. Экспорт Кыргызской Республики за 8 месяцев 2001 года (в млн. долларов):

январь	февраль	март	апрель	май	июнь	июль	август
31,9	38,4	44,4	34,9	31,4	41,8	52,8	38,9

Приняв данные за январь как базу, подсчитайте простые индексы февраля, марта и апреля.

Подсчитайте переменные индексы февраля, марта и апреля.

Сравните результаты.

3. Известный индекс – индекс Доу-Джонса является простым агрегатным индексом и задается суммой цен акций 30 ведущих промышленных корпораций.

Пусть в начальный момент времени сумма цен акций 30 корпораций, для которых рассчитывается индекс Доу-Джонс¹, равнялся \$1. В позапрошлом месяце акция корпорации А стоила \$3, В - \$50, С - \$20, остальных 27 корпораций по \$10. В прошлом месяце акция корпорации А стоила \$3, В - \$55, С - \$18. Сейчас акция корпорации А стоит \$5, В - \$45, С - \$22. Стоимость акций остальных 27 корпораций в последнее время не менялась.

Определите значение индекса Доу-Джонс¹ в позапрошлом месяце, прошлом месяце и сейчас. Как изменится индекс в будущем месяце, если стоимость акции корпорации А возрастет на 10%, стоимость акции корпорации В упадет на 10%, а остальные не изменятся?

4. Деятельность фирмы «SS2004» описываются следующими числами:

	Объем продукции (в тыс. штук)				Цены (в евро)			
	2001	2002	2003	2004	2001	2002	2003	2004
Юбки	8	10	9	10	5	7	8	8
Брюки	4	6	5	5	7	7	8	9
Сорочки	10	12	9	8	4,1	5	5	6

1) Приняв данные 2001 года как базу, подсчитайте агрегатные ценовые индексы а) *Ласпейреса*; б) *Пааше*; в) *Маршалла – Эджуорта*; г) *Фишера* за 2002 и 2004 годы.

2) Подсчитайте агрегатные ценовые индексы

а) *Ласпейреса*; б) *Пааше*; в) *Маршалла – Эджуорта*; г) *Фишера* с переменной базой за 2002 и 2004 годы.

3) Приняв данные 2002 года как базу, подсчитайте агрегатные индексы физического объема

а) *Ласпейреса*; б) *Пааше*; в) *Маршалл – Эджуорта*; г) *Фишера* за 2003 и 2004 годы.

4) Подсчитайте агрегатные индексы физического объема

а) *Ласпейреса*; б) *Пааше*; в) *Маршалла – Эджуорта*; г) *Фишера* с переменной базой за 2003 и 2004 годы.

5. Результаты деятельности фирмы «Экономика.2» описываются следующими числами:

	Объем продукции (в тоннах)				Цены (сом/кг)			
	1998	1999	2000	2001	1998	1999	2000	2001
Мясо	8	10	9	10,5	75	70	80	90
Молоко	40	46	50	52	7,2	7,5	8	9
Лук	110	125	90	80	4	5,2	5	6

1) Приняв данные 1998 года как базу, подсчитайте агрегатные ценовые индексы а) *Ласпейреса*; б) *Пааше*; в) *Маршалл – Эджуорта*; г) *Фишера* за 1999, 2000 и 2001 годы.

2) Подсчитайте агрегатные ценовые индексы

а) *Ласпейреса*; б) *Пааше*; в) *Маршалла – Эджуорта*; г) *Фишера* с переменной базой за 1999, 2000 и 2001 годы.

3) Приняв данные 1998 года как базу, подсчитайте агрегатные индексы физического объема

а) *Ласпейреса*; б) *Пааше*; в) *Маршалл – Эджуорта*; г) *Фишера* за 1999, 2000 и 2001 годы.

4) Подсчитайте агрегатные индексы физического объема

а) *Ласпейреса*; б) *Пааше*; в) *Маршалл – Эджуорта*; г) *Фишера* с переменной базой за 1999, 2000 и 2001 годы.

6. Потребительская корзина в стране фирмы «SS2004» описывается следующими числами:

	Объем продукции		Цены	
	2002	2003	2002	2003
Еда	24	25	15	18
Одежда	33	35	10	9

Определите индекс потребительских цен (ИПЦ).

Чему равна реальная цена десятка яиц в 2003 году, если номинальная цена 28 сомов, а 2002 год рассматривается как базовый?

Для справки

Потребительская корзина в России. АйФ. №43. Октябрь 2005.

Мясо	40 кг
Рыба	16 кг
Фрукты	23 кг
Молоко	135 л
Яйца	215 штук
Хлеб	160 кг
Картошка	134 кг
1 пальто	На 8 лет
1 костюм	На 5 лет
1 брюки	На 4 года
1 юбка	На 5 лет
5 штук трусов	На 2 года
6 штук колготок	На 2 года
1 пара сапог/ботинок	На 5 лет
Расходы на культурные мероприятия	45 рублей в месяц

7. Внутренний валовой продукт Валерстана описывается следующими числами:

	Объем продукции		Цены	
	2002	2003	2002	2003
Еда	240	245	15	14
Одежда	33	35	100	118
Жильё	6	6,5	500	510

Подсчитайте дефлятор ВВП 2003 года.

§ 5. Сила при голосовании

Снабдим каждый элемент множества соответствующим числом «голосов», а любое подмножество этого множества назовем **коалицией**, предполагая, что все члены коалиции голосуют одинаково.

Если сумма голосов, принадлежащих какой-либо коалиции достаточна для принятия любого решения, то эта коалиция называется **выигрывающей**.

Если выигрывающая коалиция состоит из одного элемента, то этот элемент называется **диктатором**.

Если голосов коалиции недостаточно для принятия решения, но она может не допустить принятия решения оставшейся частью множества голосующих, то она **блокирующая**.

Понятно, что ответ на вопрос, является ли коалиция выигрывающей (блокирующей) зависит от правил, по которым производится голосование.

1. Улан, Кошой и Бермет должны принять решение о покупке компьютера. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции, зная что решение принимается большинством голосов и каждый имеет 1 голос. Имеется ли диктатор?

Замечание. В этой и во всех последующих задачах, если нет специальной оговорки, каждый голосует «за» или «против».

2. Как изменятся ответы в 1 задаче, если джигиты окажутся настоящими джентльменами и дадут 2 голоса Бермет?

3. Как изменятся ответы в 1 задаче, если джигиты окажутся слишком большими джентльменами и дадут 3 голоса Бермет?

4. Как изменятся ответы в 1, 2 и 3 задачах, если решение должно быть принято $\frac{3}{4}$ всех голосов?

5. Асан, Усен и Улан создали акционерное общество. Зная, что Асан имеет 4, Усен - 5 и Улан – 6 акций, перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции, зная, что решение принимается большинством голосов. Имеется ли диктатор?

6. Как изменится ответ в 5-й задаче, если Усен продаст 1 акцию Улану?

7. Как изменится ответ в 5-й задаче, если Усен и Асан продадут по 1-й акции Улану?

8. Как изменятся ответы в 5, 6 и 7 задачах, если решение должно быть принято $\frac{2}{3}$ всех голосов?

9. Арстан, Чинара, Тураш и Эркигуль создали акционерное общество. Арстан имеет 5, Чинара - 5, Тураш - 6 и Эркигуль 4 акции. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции и определите, имеется ли диктатор, зная, что решение принимается а) большинством; б) $\frac{3}{4}$ голосов.

Если не выигрывающая коалиция, после присоединения к ней еще одного члена, становится выигрывающей, то полученная выигрывающая коалиция называется **минимальной**, а голоса присоединившегося **решающими**.

Внимание! Одна и та же выигрывающая коалиция, в зависимости от того, кто присоединился последним, может быть минимальной или нет.

10. Какие из выигрывающих коалиций в задачах 5-8 являются минимальными?

11. Какие из выигрывающих коалиций в задаче 9 могут быть и не быть минимальными?

12. Аскар, Уулжан, Керим и Жамиля создали акционерное общество. Аскар имеет 4, Уулжан - 4, Керим - 3 и Жамиля - 3 акции. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции и определите, имеется ли диктатор, зная что решение принимается а) большинством; б) 2/3 голосов. Какие из выигрывающих коалиций являются минимальными?

13. В совете директоров фирмы 15 членов, каждый имеет 1 голос, решение принимается 10 голосами. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Как изменится ответ, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

14. Совет Безопасности ООН состоит из 15 членов, каждый из которых обладает 1 голосом и может голосовать «за», «против» или «воздержаться». В этом Совете 5 стран: Великобритания, Китай, Россия, США и Франция имеют статус постоянных членов и обладают правом «вето», то есть ни одно решение не может быть принято, если хотя бы один из постоянных членов против него. Остальные 10 стран работают в Совете Безопасности ООН по 2 года. Для принятия решения за него должны проголосовать не менее 9 членов Совета, при этом (право вето) ни один из постоянных членов не должен быть против. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции

Если пронумеровать все элементы множества, то получится **перестановка**.

Количество всех перестановок образованных из n –элементного множества равно $n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = n!$

15. Сколькими различными способами Асель, Асыл и Бермет могут образовать очередь на получение бесплатного сыра?

16. Сколькими различными способами можно распределить должности президента, премьера и спикера между Асаном, Бермет и Майрам?

17. Сколькими различными способами Асель, Асыл, Эркаим, Джамиля и Бермет могут образовать очередь на получение бесплатного сыра?

18. После того, как группа, состоящая из 7 друзей довольно долго не могла рассесться, «уважая» друг друга и предлагая друг другу более «высокое» место, к ним подошел хозяин ресторана и сказал – Сядьте сегодня в любом порядке, в следующий раз в другом и так далее. После того как вы исчерпаете все возможные варианты размещения за столом, я начну кормить вас бесплатно. - Прокомментируйте слова хозяина ресторана.

Перестановки, составленные из всех голосующих, образуют варианты голосования. Если все голосуют одинаково, то в каждой перестановке голоса одного из голосующих будут решающими. Разделив число перестановок, в которых голоса определенного голосующего были решающими, на число всех перестановок получим число называемое силой при голосовании этого голосующего. Понятно, что сумма сил при голосовании всех голосующих должна быть равна 1.

Это число также называется индексом Шапли-Шубика (Shapley-Shubik).

19. Улан, Кошой и Бермет должны принять решение о покупке компьютера. Определите силу при голосовании каждого из них, зная что решение принимается большинством голосов..

20. Как изменятся ответы в 19 задаче, если джигиты окажутся настоящими джентльменами и дадут а) 2; б) 3 голоса Бермет?

21. В лесном парламенте заседают фракции Красивых (10 членов), Умных (10 членов) и Обезьяны (1 член). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается большинством голосов.

22. В условиях задачи 21, Волк, который не любит Обезьяну, предлагает принимать решения $2/3$ голосов. Как изменятся ответы, если пройдет предложение Волка?

23. После того как Конституционный Суд отверг предложение Волка, он по совету Лисы, внес новое предложение: решение принимается, если оно наберет хотя бы 50% и еще 1 голос. Как изменятся ответы, если пройдет новое предложение Волка?

24. В лесном парламенте 30 членов. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), Льва (19 голосов) и Зайца (1 голос). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается $2/3$ голосов.

25. В парламенте скотного двора 29 членов. Там заседают фракция Лошади (14 голосов) и 5 фракций Ослов, каждая из которых имеет по 3 голоса. Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается большинством голосов. Что произойдет, если ослы объединятся?

26. В Верховном Совете Австралии представлены 6 штатов, каждый из которых имеет по 1 голосу и Федеральное правительство, имеющее 3 голоса. Определите силу при голосовании каждого штата и Федерального правительства, зная, что решение принимается большинством голосов.

27. В парламенте скотного двора 21 членов. Там партия Верблюда - 7 голосов, и 7 партий Волков, каждая из которых имеет по 2 голоса. Определите силу при голосовании каждой партии, зная, что решение принимается большинством; $2/3$ голосов. Что произойдет, если Волы объединятся?

28. Арстан, Чинара, Тураш и Эркингуль создали акционерное общество. Определите силу при голосовании каждого, зная, что Арстан имеет 25, Чинара -

20, Тураш – 14, Эркингуль 10 акций, а решение принимается а) большинством; б) $\frac{3}{4}$ голосов.

29. Аскар, Уулжан, Керим и Жамиля создали акционерное общество. Определите силу при голосовании каждого, зная, что Аскар имеет 20, Уулжан - 24, Керим – 21, Жамиля - 16 акций, а решение принимается а) большинством; б) $\frac{2}{3}$ в) 50% и 1 голосом.

30. В Совете племени Мумба-Юмба вождь имеет 3 голоса, шаман – 2, их жены по одному голосу. Всего 7 голосов. Определите силу при голосовании каждого, зная, что решение принимается большинством голосов.

31. В парламенте заседают 4 партии: Демократы (43 голоса), Республиканцы (37 голосов), Либералы (28 голосов) и Независимые (30 голосов). Определите силу при голосовании каждой партии, зная, что решение принимается большинством голосов.

32. В лесном парламенте 68 членов. Они входят во фракции Тигра (20 голосов), Льва (23 голоса), Волка (15 голосов) и Зайца (10 голосов). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается большинством голосов.

33. В таможенном союзе 5 стран Россия имеет 4, Казахстан - 2, Белоруссия - 2, Кыргызстан - 1 и Таджикистан – 1 голос. Определите силу при голосовании каждого, зная, что решение принимается большинством голосов.

§ 6. Комбинаторика

Принцип умножения Если имеются множества A_1, A_2, \dots, A_m , которые содержат, соответственно, n_1, n_2, \dots, n_m элементов, то число различных способов, которыми можно выбрать по 1 элементу из каждого множества равно $n_1 \cdot n_2 \cdot \dots \cdot n_m$.

1. Для чтения 2-х курсов Мурат может пригласить 4 и 5 преподавателей, соответственно. Сколькими различными способами Мурат может заполнить вакансии.

2. Некто, отправляясь к теще на блины, может проехать 4 различными маршрутами из Бишкека до Токмака, 5 различными маршрутами из Токмака до Балыкчи и 2 различными маршрутами из Балыкчи до Каракола. Сколькими различными маршрутами он может:

а) проехать из Бишкека до Каракола?

б) проехать из Бишкека до Каракола и вернуться обратно в Бишкек?

с) проехать из Бишкека до Каракола и вернуться обратно в Бишкек не проезжая дважды по одному и тому же частичному маршруту?

3. Для изготовления нового вида товара фирме нужны 5 видов деталей. Деталь 1-го вида можно получить от 6 фирм, 2-го типа от 3, 3-го от 8, 4-го от 7 и 5-го

от 5. Сколькими различными способами можно разместить заказ на все детали, если заказ на одну деталь должен быть размещен на одной фирме?

4. Найти число различных способов, которыми можно выписать в ряд 8 плюсов и минусов (на каждом месте ряда длиной 8 должен стоять “+” или “-”).

5. Выходя из вагона поезда, некто обнаружил у себя в кармане никель, дайм, квотер и полдоллара. Сколькими способами он может дать на чай носильщику?

6. Сколько трехзначных чисел, меньших 400, можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9, если любая из этих цифр может использоваться: а) только один раз; б) произвольное количество раз?

Размещения (Permutations) Число различных способов, которыми на n мест можно разместить k различных предметов, называется числом размещений и находится по формуле
$$P(n, k) = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-(k-1)) = \frac{n!}{(n-k)!} .$$

Также используются обозначения P_n^k, A_n^k .

В том случае, когда число мест совпадает с числом предметов размещение называется **перестановкой**.

7. Сколькими различными способами можно рассадить в аудитории 4-х студентов, если там имеется 10 одноместных парт?

8. Сколько разных «слов» можно составить, используя по одному разу а) все буквы; б) 5 букв слова **компьютер**?

9. В один ряд на семь мест надо рассадить четырех девочек и трех мальчиков так, чтобы не было двух рядом сидящих мальчиков и двух рядом сидящих девочек. Сколькими способами это можно сделать?

10. Сколько есть разных вариантов распределения а) 3; б) 4 различных книг среди четырех студентов, если студент не может получить более одной книги?

11. Из центрального склада A грузовик развозит утром товары по четырем торговым точкам B, C, D, E и затем возвращается в A . Сколько различных маршрутов для грузовика можно составить?

12. На одной скамейке надо рассадить 4 мальчиков и 4 девочек так, чтобы не было двух рядом сидящих мальчиков и двух рядом сидящих девочек. Сколькими способами можно это сделать?

13. Сколькими способами можно расставить на полке 7 книг, если две определенные книги не должны стоять рядом?

Сочетания (Combinations) Число различных способов, которыми на n мест можно разместить k одинаковых предметов, называется числом сочетаний и находится по формуле
$$C(n, k) = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} .$$

14. Инвестор хочет иметь «портфель» состоящий из акций 4-х различных фирм. Сколькими способами можно это сделать, если доступны акции 6 фирм?

15. На окружности отмечены 8 различных точек. Сколько треугольников с вершинами в этих точках можно построить?

16. Найти число различных способов, которыми можно выписать в один ряд пять плюсов и 3 минуса.

17. Баскетбольная команда состоит из двух защитников, двух нападающих и одного центрального. Если у тренера есть 4 защитника, 6 нападающих и 3 центральных, то сколькими способами он может составить команду?

18. Сколькими разными способами можно 7 различных игрушек распределить среди трех детей, если самый младший из них должен получить 3 игрушки, а остальные по 2 игрушки каждый?

19. В группе из 25 слушателей пять парней. Сколько различных подгрупп из 7 слушателей, в которые входят: а) 3 девушки и 4 парней; б) не менее 4 парней можно сформировать из этой группы?

20. Сколько разных «слов» можно составить, используя по одному разу все буквы слова а) ЛИДИЯ; б) АБУЛАЗИЗ; в) телевидение?

21. На 2-х параллельных прямых отмечены 8 различных точек: 5 на 1-ой и 3 на 2-ой. Сколько треугольников с вершинами в этих точках можно построить?

§ 7. Смешанные задачи на комбинаторику

1. а) Определите количество вариантов распределения трех различных книг среди шести студентов.

б) Определите количество вариантов распределения трех различных книг среди шести студентов, если студент не может получить более одной книги.

в) Определите количество вариантов распределения трех различных книг среди шести студентов, в которых встречается студент с более чем одной книгой.

2. Группа туристов из 8 юношей и 9 девушек выбирает хозяйственную команду в составе четырех человек. Сколько различных команд, в которых юношей больше чем девушек может быть составлено?

3. Из пяти супружеских пар - всего 10 человек - отбирают трех человек. Сколько различных троек, в которых не будет супружеской пары, может быть отобрано?

4. В нашем распоряжении есть 5 различных флагов. На флагштоке поднимается сигнал, состоящий не менее чем из трех флагов. Сколько различных сигналов можно поднять на флагштоке, если порядок флагов в сигнале учитывается?

5. 15 пассажиров размещаются в трех вагонах. Определите количество вариантов распределения пассажиров по вагонам, при которых в один вагон сядет 6 человек, в другой - 7 и в третий - 2 человека.

6. На столе лежит собрание сочинений В. Вересаева в 4-х томах. Маленький ребенок собирается последовательно перенести три тома на другой стол. При каком количестве способов перемещения номер каждого последующего тома будет больше номера предыдущего?

7. Сколько разных «слов» можно составить, используя по одному разу все буквы слова а) **турецкий**; б) **астролябия**; с) **молотилка**?

8. Сейф запирается на замок, состоящий из пяти дисков, на каждом из которых изображены цифры 0, 1, ..., 9. Замок открывается, если на дисках набрана определенная комбинация цифр. Достаточно ли 11 дней на открытие сейфа, если «рабочий день» продолжается 12 часов, а на набор одной комбинации цифр уходит 5 секунд?

9. В шахматном турнире, где участники встречаются между собой один раз, два шахматиста выбыли по болезни, успев сыграть по три партии каждый. Сколько шахматистов начали турнир, если всего было сыграно: а) 84; б) 50 партий?

10. Решите неравенства: а) $C_{10}^{x-1} > 2C_{10}^x$; б) $3C_{105}^{x+1} > 8C_{105}^x$.

§ 8. Мощность множества

1. В результате исследования обнаружено, что в лесу 30 красивых зверей, 23 умных, а и умных и красивых 1. Сколько зверей не обладающих ни одним из этих признаков было обнаружено, если всего исследовано 60 зверей.

2. В отряде из 40 ребят 30 умеют плавать, 27 умеют играть в шахматы и только пятеро не умеют ни того, ни другого. Сколько ребят умеют плавать и играть в шахматы?

3. В выборке из 80 человек, являющихся бизнесменами, 20 не занимаются ни экспортом, ни импортом, 12 занимаются и экспортом и импортом. Зная, что число экспортеров равно числу импортеров определите это число.

4. Было опрошено 60 студентов первого и второго курсов, принявших участие в прошедшем референдуме. Известно, что из них: 35 человек - первокурсники, 48 студентов голосовали за поправки к конституции, пятеро студентов второго курса голосовали против поправок к конституции. Сколько студентов первого курса голосовали за поправки к конституции?

5. Опрос, проведенный среди 53 женщин и 35 мужчин – любителей чая или кофе показал, что среди них 36 человек предпочитают пить чай, а 23 женщины предпочитают кофе. Сколько мужчин предпочитает кофе?

6. «Союз родителей за лучшее ТВ» провел исследование детских передач в субботу утром. Было исследовано 110 часов. Передачи были выделены по следующим 3 признакам:

а) мультфильмы; б) фантастические; в) со сценами жестокости.

В итоге было выявлено, что мультфильмы шли 54 часа; фантастика – 59 часов; со сценами жестокости – 25; фантастические мультфильмы шли 25

часа; мультфильмы со сценами жестокости - 10 часов; фантастика со сценами жестокости - 15 часов; фантастические мультфильмы с жестокостью – 7 часов.

Используя эту информацию, ответьте на вопросы:

Сколько часов показывались:

- 1) мультфильмы без сцен жестокости?
- 2) фантастика без сцен жестокости?
- 3) фантастика без мультфильмов и без сцен жестокости?
- 4) фантастические мультфильмы без сцен жестокости?
- 5) программы не входящие ни в одну из 3-х указанных категорий?

б) Антропологи исследовали изолированное племя на Новой Гвинее и обнаружили, что в племени 133 взрослых членов. Из них: 74 имеют очень высокий рост (более 2-х метров); 87 - редкую форму анемии; 66 – шесть пальцев на одной руке; 45 взрослых членов племени - шесть пальцев и анемию; 51 – высокий рост и анемию; 31- шесть пальцев и высокий рост; 17 - все три вышеприведенные характеристики. Используя эту информацию, ответьте на вопросы:

Сколько взрослых членов племени:

- 1) имеют высокий рост и не имеют других исследованных признаков?
- 2) имеют анемию и не имеют других исследованных признаков?
- 3) не имеют ни один из исследованных признаков?

8. Исследование деревни Мантыш показало, что среди 150 семей 84 держат коров,

97 - лошадей, 76 – яков. 45 семей имеют лошадей и яков; 51 – коров и лошадей; 31- коров и яков; 3 - не имеют ни одного из перечисленных животных.

Используя эту информацию, ответьте на вопросы:

- 1) Сколько семей имеют все три вида животных?
- 2) Сколько семей имеют лошадей, и не имеют коров?
- 3) Сколько семей имеют коров и не имеют лошадей и яков?

9. Девушки собрали картотеку на 100 потенциальных женихов.

Из них 15 пьют, курят, не занимаются спортом. 25 женихов не занимаются спортом; 33 – пьют; 50 – курят. Пьют и не занимаются спортом – 19; не занимаются спортом и курят - 20. Зная, что число потенциальных женихов, которые одновременно не пьют, не курят и занимаются спортом равно 42, определите число женихов, которые и пьют и курят. Сколько потенциальных женихов пьют, но не курят?

10. Из 35 учащихся одного класса количество учеников, получивших оценки "5" по итогам учебного года по математике, физике и химии, представлены в таблице:

	Количество учеников, получивших "5"
по математике	14
по физике	15
по химии	18
по математике и физике	7
по математике и химии	9
по физике и химии	6

Сколько учащихся имеет "5" по математике, физике и химии, если известно, что 6 учащихся не имеют оценку "5" по этим предметам?

11. Из 20 человек двое изучали только английский язык, трое - только немецкий, шестеро - только французский. Никто не изучал трех языков. Один изучал немецкий и английский, трое - французский и английский. Двое человек не изучали ни один из этих иностранных языков. Сколько человек изучало французский и немецкий языки?

12. В классе 30 учащихся, из которых 19 увлекаются спортом, 11 - музыкой, 17 - литературой, 7 - спортом и музыкой, 12 - спортом и литературой, 5 - музыкой и литературой, 5 - имеют другие увлечения. Сколько человек увлекаются спортом, музыкой и литературой?

13. Из 49 студентов факультета английского языка, 39 дополнительно изучают хотя бы один из 3-х языков: немецкий, французский и испанский. Из них: 4 изучают только испанский, 7 только французский, 8 только немецкий; 9 осваивают испанский и французский, 8 испанский и немецкий, 2 - все три языка. Сколько студентов факультета английского языка не изучают французский или испанский? Сколько студентов изучают и французский и немецкий?

14. Опрос, проведенный среди 50 парней показал, что 40 из них не желают чтобы их будущая жена курила, а 35 - чтобы не умела готовить. Сколько парней готовы смириться с обоими недостатками, если их число в 6 раз меньше числа тех, кто не приемлет оба недостатка?

§ 9. Пространство событий

Пространством событий, отвечающим данному эксперименту, называется множество S , обладающее следующим свойством: каждому исходу эксперимента соответствует в точности один элемент этого множества. Каждый элемент этого множества называется элементарным событием.

Обычно пространство элементарных событий обозначают буквой S , а сами элементы - соответственно строчными буквами $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$. Любое подмножество A множества S называется *событием*. Событие A наступает тогда, когда результатом эксперимента является одно из элементарных событий, входящих в A .

Пример Если акционера интересует направление, в котором меняется цена акции, то пространство событий состоит из 3 элементов - элементарных событий: {цена акции повысилась; цена акции понизилась; цена акции не изменилась}. Два последних элементарных события образуют событие {цена акции не повысилась}.

1. Из цифр 1 до 9 включительно наугад выбирается одна цифра. Постройте пространство элементарных событий эксперимента.

2. Стрелок, имея 4 патрона, стреляет до первого попадания в цель. Постройте пространство элементарных событий.

3. Монета бросается до тех пор, пока либо выпадет герб, либо 4 раза подряд выпадет цифра. Постройте пространство элементарных событий эксперимента.

4. Бросаются две игральные кости. Одна кость красная, другая кость белая. Постройте пространство элементарных событий эксперимента и укажите элементарные события, отвечающие событию A , состоящему в том, что:

- 1) сумма выпавших очков равна 10;
- 2) сумма выпавших очков равна 13;
- 3) на одной из костей выпала 1;
- 4) сумма выпавших очков нечетная;
- 5) выпал дубль (дублем называется совпадение числа очков, выпавших на каждой кости);
- 6) сумма выпавших очков является квадратом некоторого числа;
- 7) сумма выпавших очков является кубом некоторого числа;
- 8) число очков на белой кости по крайней мере на три больше числа очков на красной кости.

§ 10. Операции над случайными событиями

Суммой $A \cup B$ (или $A+B$) событий A и B называется событие, состоящее из тех элементарных событий, которые входят в A , или в B , или и в то и другое. Другими словами событие $A+B$ наступает тогда и только тогда, когда наступает хотя бы одно из событий A или B .

Произведением AB событий A и B называется событие, состоящее из тех элементарных событий, которые входят в оба события A и B . Иначе говоря, событие AB наступает тогда и только тогда, когда наступают и событие A , и событие B .

Событие \bar{A} называется противоположным событию A , если $A\bar{A} = \emptyset$, $A + \bar{A} = S$.

Другими словами, \bar{A} состоит из всех элементарных событий, не входящих в A .

События A и B называются несовместными, если $AB = \emptyset$.

1. Событие A означает появление 6 очков на верхней грани игральной кости. Что означает событие \bar{A} .

2. Событие B является частным случаем события A . Чему равна их сумма и произведение?

3. Пусть на плоскость наугад бросается точка и пусть события A и B состоят в том, что эта точка попадает соответственно в круг A , в круг B . Опишите события: \bar{A} , $A+B$, $\bar{A}+B$, AB , $\bar{A}\bar{B}$.

4. Пусть A - событие, состоящее в том, что студент владеет английским языком,

F - французским языком и I - итальянским. Что означают события A , AFI , $\bar{A}F$, $A+FI$?

5. Пусть A_k , означает, что в серии из 3 бросков монеты на k -м броске ($k = 1, 2, 3$) выпал герб. Запишите следующие события: 1) герб не выпал ни разу; 2) герб выпал ровно один раз; 3) герб выпал не менее одного раза;

6. Пусть A , B , C - три произвольных события. Найти выражение для событий, состоящих в том, что из событий A , B , C

- 1) произошло только A ;
- 2) произошли A и B , но C не произошло;
- 3) все три события произошли;
- 4) произошло, по крайней мере, одно из событий;
- 5) произошли, по крайней мере, два из событий;
- 6) произошло одно и только одно из событий;
- 7) произошли два и только два из событий;
- 8) ни одно из событий не произошло;
- 9) произошли не больше двух событий.

7. В корзину трижды бросается мяч. Пусть события A_i ($i = 1, 2, 3$) состоят в том, что при i -м бросании мяч попадает в корзину. Выразите через A_1 , A_2 , A_3 событие

- 1) B - "мяч не попал в корзину ни разу";
- 2) C - "мяч по крайней мере один раз попал в корзину";

- 3) H - "мяч попал в корзину при всех бросаниях";
- 4) D - "мяч попал в корзину только при первом бросании";
- 5) E - "мяч попал в корзину ровно один раз";
- 6) F - "мяч попал в корзину только при первом и третьем бросаниях";
- 7) G - "мяч попал в корзину ровно два раза".

8. Имеем события: A = "взятая наудачу деталь оказалась первого сорта", B = "взятая наудачу деталь оказалась второго сорта" и C = "взятая наудачу деталь оказалась третьего сорта". Что представляет собой следующие события:

- 1) $A + B$;
- 2) $\overline{A + C}$;
- 3) AC ;
- 4) $(AB) + C$.

9. Назовите противоположные события для событий:

- 1) A = " выпадение двух гербов при бросании двух монет";
- 2) B = "три попадания при трех выстрелах";
- 3) C = "не более двух попаданий при пяти выстрелах";
- 4) D = "хотя бы одно попадание при пяти выстрелах".

10. Пусть M означает, что слушатель получил **отлично** по макроэкономике,

St – по статистике. Запишите следующие события:

- 1) слушатель не получил **отлично** по макроэкономике;
- 2) слушатель получил **отлично** хотя бы по одному из указанных предметов;
- 3) слушатель получил **отлично** и по макроэкономике, и по статистике;
- 4) слушатель не получил **отлично** хотя бы по одному из указанных предметов;
- 5) слушатель получил **отлично** только по одному из указанных предметов;
- 6) слушатель не получил **отлично** ни по одному из указанных предметов;

§ 11. Непосредственный подсчет вероятностей.

Если все элементарные события принадлежащие пространству событий равносильны, то вероятность события A определяется как отношение числа элементарных событий входящих в A ($n(A)$) к числу всех возможных элементарных событий ($n(S)$): $P(A) = n(A)/n(S)$.

1. В ящике имеются 4 белых, 7 черных шаров. Какова вероятность того, что наугад вынутый шар окажется белым?

2. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово "книга". Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того, что он опять составит слово "книга"?

3. Брошены три монеты. Найти вероятность того, что выпадут ровно два герба.

3а. Брошены десять монет. Найти вероятность того, что выпадут ровно три герба.

4. В урне 3 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что вынутые наугад два шара окажутся черными?

5. Чему равна вероятность того, что, разделив колоду из 36 карт пополам, в каждой пачке получим по два туза?

6. В урне 5 белых, 7 красных и 8 черных шаров. Какова вероятность того, что, вынув наугад 3 шара, мы получим шары всех цветов?

7. В партии из 50 изделий 5 бракованных. Из партии выбирается наугад 6 изделий. Определить вероятность того, что среди этих 6 изделий 2 окажутся бракованными.

8. В урне лежат 2 красных шара и 2 белых. Вынимаются наугад 2 шара. Вероятность какого из событий больше: того, что вынутые шары одноцветные или что разноцветные?

9. Из колоды в 36 карт наугад выбираются 3 карты. Какова вероятность того, что среди них окажутся два туза?

10. В коробке находятся 4 красных и 6 зеленых карандашей. Из нее случайно выпали 3 карандаша. Какова вероятность того, что 2 и более из них окажутся красными?

11. Группа, состоящая из 5 юношей и 7 девушек, распределяет по жребию 4 билета в театр. Какова вероятность того, что в числе получивших билеты окажется больше девушек, чем юношей?

12. В группе из 10 человек находится одна супружеская пара. Если из этой группы случайным образом выбираются 4 человека, то какова вероятность того, что среди них будет и эта супружеская пара?

13. Ученый Совет факультета состоит из 18 человек: 10 женщин и 8 мужчин. Случайным образом производится выбор комиссии из 3 членов Совета. Какова вероятность того, что в числе выбранных будут: а) 2; б) по крайней мере, 2 женщины?

14. Группа туристов из 15 юношей и 5 девушек выбирает по жребию хозяйственную команду в составе четырех человек. Какова вероятность того, что в числе избранных окажутся больше юношей, чем девушек?

15. Четыре зенитных пулемета ведут огонь по 3 самолетам. Каждый пулемет выбирает объект обстрела наугад. Какова вероятность того, что все 4 пулемета ведут огонь по одному и тому же самолету?

16. Из пяти супружеских пар - всего 10 человек - случайным образом отбирают четырех человек. Какова вероятность того, что среди отобранных людей не будет мужа и жены?

17. На столе лежат все 4 тома 4-х томного собрания сочинений В. Вересаева. Маленький ребенок наугад один за другим приносит вам три тома. Какова вероятность того, что номер каждого последующего тома будет больше номера предыдущего?

17а. На столе лежат все 44 тома 44-х томного собрания сочинений З. Тонкого. Маленький ребенок наугад один за другим приносит вам три тома. Какова вероятность того, что номер каждого последующего тома будет больше номера предыдущего?

18. Из букв разрезной азбуки составлено слово а) "ИНДИРА"; б) "ТАЛАНТ". Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того, что он опять составит исходное слово?

19. Какова вероятность того, что при случайном расположении в ряд кубиков, на которых написаны буквы *о, о, о, м, л, т, к*, получится слово *молоток*?

§ 12. Теорема сложения вероятностей

Теорема сложения. Вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного наступления:
 $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$

Если события A и B несовместны (т.е. в результате опыта не могут появиться вместе), то $P(A+B) = P(A) + P(B)$. При решении задач часто вычисляют вероятность противоположного события \bar{A} , а затем находят вероятность прямого события A по формуле $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

1. Опрос, проведенный среди определенной группы людей, показал: 45% из них были моложе 40 лет, 30% - были курящими и 10% - были курящими людьми моложе 40 лет. Найти вероятность того, что наугад выбранный человек из этой группы был бы: 1) или курящим или моложе 40 лет; 2) некурящим и старше 40 лет.

2. Опрос, проведенный среди группы из 50 женщин и 35 мужчин, пьющих кофе, показал, что 33 человека предпочитают пить кофе с уменьшенным содержанием кофеина, а 23 женщины предпочитают пить крепкий кофе. Какова вероятность того, что случайным образом выбранный человек из этой опрошенной группы предпочитает крепкий кофе?

3. Пусть A и B события из пространства элементарных событий S и пусть $P(A)=0,5$, $P(B) = 0,3$ и $P(AB) = 0,1$.

Найти вероятность того, что из событий A и B

- 1) произошло по крайней мере одно; 2) произошло только A ;
3) произошло только B ; 4) не произошло ни одно.

4. Бросаются две игральные кости. Чему равна вероятность не выпадения дубля?

5. Бросается игральная кость. Пусть A означает событие "выпало четное число очков", а B : 1) "выпало четыре очка"; 2) "выпало три очка". Будут ли события A и B , несовместными?

6. Чему равна вероятность выпадения одного, или двух, или трех очков при однократном бросании игральной кости?

7. В ящике 10 красных и 6 синих пуговиц. Вынимаются наудачу две пуговицы. Какова вероятность того, что пуговицы будут одноцветными?

8. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным 2, либо 5, либо тому и другому?

9. В урне лежат 7 красных шаров и 6 белых. Вынимаются наугад 6 шаров. Определите вероятность того, что вынутые шары не одноцветные?

10. К каждому из 5 вопросов теста предложены два варианта ответа: верный и неверный. Какова вероятность того, что на 2 и более вопросов будут получены верные ответы, если ответы выбираются наугад?

11. В группе 25 студентов, из них отлично учатся 5 человек, хорошо 10, удовлетворительно 8 и слабо 2. Преподаватель не знакомый с группой, вызывает по списку одного из студентов. Определите вероятность того, что вызванный студент или отличник, или хорошист?

12. Из ящика, содержащего 15 красных и 5 синих шаров, наудачу выбирают 4 шара. Найдите вероятность того, что среди выбранных шаров:

- 1) все одноцветны; 2) не более одного синего;
3) не менее трех красных; 4) не менее половины красных.

13. Бросаются две игральные кости. Найдите вероятности событий, состоящих в том, что: 1) сумма очков не равна 11; 2) сумма выпавших очков равна 3 или 4;

- 3) ни на одной кости не выпало ни трех, ни четырех очков;
4) на каждой кости выпало не менее трех очков;
5) по крайней мере на одной кости выпало меньше трех очков;
6) на каждой кости выпало менее трех очков.

14. Брошены 2 игральные кости. Найти вероятность того, что на 1-ой кости очков будет больше.

15. Зашедший в магазин мужчина что-нибудь покупает с вероятностью 0,1, зашедшая женщина - с вероятностью 0,6. У прилавка один мужчина и одна женщина. Какова вероятность того, что, по крайней мере, одно лицо что-нибудь купит, если вероятность того, что оба сделают покупку равна: 1) 0; 2) 0,1; 3) 0,06?

16. Профсоюзной организацией для детей, выезжающих летом на отдых, выделено 12 путевок в лагерь A , 8 - в лагерь B и 5 - в лагерь C . Какова вероятность того, что три друга попадут в один лагерь, если их родители независимо друг от друга приобрели по одной путевке?

17. К каждому из 5 вопросов теста предложено 4 варианта ответа: 1 верный и 3 неверных. Какова вероятность того, что на 2 и более вопросов будут получены верные ответы, если ответы выбираются наугад?

§ 13. Условная вероятность. Независимость событий.

Условная вероятность $P(A/B)$ Вероятность события A при условии, что произошло событие B , определяется формулой $P(A/B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$, где $P(B) \neq 0$.

Для вычисления вероятности события A при условии, что произошло событие B , полезна следующая теорема.

Теорема о вычислении условной вероятности. Если событию B благоприятствует m ($m > 0$) равновероятных исходов эксперимента и k из них благоприятствуют событию A , то $P(A/B) = k/m$.

Теорема умножения. Вероятность совместного наступления двух событий равна вероятности одного из них, умноженной на условную вероятность другого при условии, что первое событие наступило: $P(AB) = P(B)P(A/B)$.

События A и B называются **независимыми**, если выполнено равенство $P(AB) = P(A)P(B)$. Для независимых событий $P(A/B) = P(A)$; $P(B/A) = P(B)$.

Смысл определения независимости событий заключается в том, что если произошло одно из независимых событий, то это никак не влияет на вероятность другого события. Нельзя смешивать понятия независимости и несовместности событий. Если A и B - независимые события (с положительными вероятностями), то они обязательно совместны.

Для нахождения вероятности суммы независимых событий A_1, A_2, \dots, A_n иногда удобно перейти к противоположным событиям: $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = 1 - P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) \dots P(\bar{A}_n)$.

1. Доказать, что если события A и B независимы, то события \bar{A} и B , A и \bar{B} , \bar{A} и \bar{B} также независимы.

2. Бросили игральную кость. Какова вероятность выпадения 1) 2; 2) 3 очков, если известно что число выпавших очков четно?

3. Из колоды в 32 карты наудачу вынута карта. Какова вероятность того, что это туз, если известно, вынутая карта черной масти?

4. В ящике лежат 12 красных, 8 зеленых и 10 синих шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу вынимается один шар. Какова вероятность, что он красный, если известно, что вынутый шар не синий?

5. В ящике лежат 12 красных, 8 зеленых и 10 синих шаров, одинаковых на ощупь. Наудачу вынимаются два шара. Какова вероятность того, что они зеленые, если известно, что не вынут синий шар?

6. В условиях задачи 5 какова вероятность, что вынутые шары разного цвета, если известно, что не вынут синий шар?

7. Из колоды в 52 карты вынимаются наугад две карты без возврата. Найти вероятности того, что: 1) вторая карта червовой масти, если известно, что первая карта была червовой масти;

2) обе карты червовой масти;

3) вторая карта черной масти, если известно, что первая карта была пиковая;

4) вторая карта фигурная, если известно, что на первой карте был валет

8. Бросаются две игральные кости. Какова вероятность того, что на второй кости выпадет четное количество очков, если на первой кости выпало 5 очков.

9. Вы имеете возможность приобрести две разные противоугонные системы: A и B . Система A при попытке угона дает сигнал тревоги с вероятностью 0,9 и стоит в два раза дешевле системы B , которая при попытке угона даёт сигнал тревоги с вероятностью 0,97. Вы намерены обезопасить свой автомобиль. Что вам выгоднее купить: 2 системы A , действующие независимо, или одну систему B ?

10. Вы имеете возможность приобрести 3 разные противоугонные системы: A , B и C . Система A при попытке угона дает сигнал тревоги с вероятностью 0,99 и стоит столько же, сколько и системы B и C вместе. При этом система B при попытке угона даёт сигнал тревоги с вероятностью 0,9, а C – 0,8. Вы намерены обезопасить свой автомобиль. Что вам выгоднее купить: системы B и C , действующие независимо, или систему A ?

11. Вероятность того, что интересующая нас книга находится в фондах первой библиотеки, равна 0,7, в фондах второй - 0,55 и в фондах третьей библиотеки - 0,4. Зная, что эти события независимы, найти вероятность наличия книги в фондах хотя бы одной библиотеки.

12. Два стрелка независимо друг от друга стреляют в одну и ту же цель и делают по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель первого стрелка - 0,6, второго - 0,7. Какова вероятность того, что оба стрелка попадут в цель? Какова вероятность того, что один из них попадет в цель, а другой не попадет?

13. Два охотника стреляют в волка, причем каждый делает по одному выстрелу. Для первого охотника вероятность попадания в цель 0,7, а для второго 0,8. Какова вероятность хотя бы одного попадания в волка? Как изменится результат, если охотники сделают по два выстрела?

14. Две карты вынимаются случайным образом из колоды в 52 карты. Какова вероятность того, что первая карта бубновая, а вторая карта красной масти?

15. Полоски бумаги, помеченные цифрами 1, 2, 3, 4, 5, помещены в ящик и тщательно перемешаны. Наугад вынимаются две полоски (без возврата). Найти вероятности следующих событий: 1) на первой полоске четное число, а на второй нечетное;

2) на первой полоске число 3, а на второй число большее трех;

3) на обеих полосках нечетные числа.

16. Из ящика, содержащего 4 черных и 3 белых шара, вынимаются без возврата два шара. Найти вероятности следующих событий:

1) оба шара белые;

2) оба шара черные;

3) второй шар белый, если известно, что первый шар был черным;

4) первый шар черный, а второй белый;

5) шары разноцветные.

17. Студент пришел на зачет, зная из 30 вопросов только 24. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на вопрос преподаватель задает еще один вопрос, а для зачета достаточно ответить на один вопрос?

18. При каждом включении двигатель начинает работать с вероятностью 0,7. Какова вероятность того, что для запуска двигателя потребуется не более двух включений?

19. Вероятность попасть по кораблю торпедой равна $1/2$. Для потопления корабля достаточно попадания одной торпеды. Какова вероятность того, что корабль будет потоплен, если по нему выпущены 4 торпеды?

20. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, на каждой кости выпало по 2 очка, если известно, что сумма выпавших очков делится на 4.

21. Вы останавливаете наугад на улице трех человек и спрашиваете, в какой день недели они родились. Какова вероятность того, что все они родились: а) в среду? б) в один день недели?

22. Четыре стрелка стреляют в цель независимо друг от друга.

Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,6, для второго - 0,7, для третьего - 0,8 и для четвертого - 0,9. Найти вероятность, по крайней мере, одного попадания в цель, если каждый стрелок делает по одному выстрелу.

23. Из колоды в 52 карты случайным образом вынимаются одна за другой две карты. Найти вероятность того, что вторая вынутая карта является дамой.

24. Буквы, составляющие слово *задача*, написаны на отдельных карточках. Наудачу по одной извлекаются 4 карточки без возвращения их в игру. Какова вероятность того, что при этом получится слово *дача*?

25. Буквы, составляющие слово *баобаб*, написаны на отдельных карточках. Наудачу по одной извлекаются 4 карточки и складывают в ряд друг за другом в порядке появления. Какова вероятность того, что при этом получится слово *баба*?

26. Найти вероятность того, что дни рождения троих случайно выбранных людей на улице приходятся на разные месяцы года.

27. Из колоды в 52 карты наугад одну за другой вынимают три карты. Найти вероятность того, что последняя карта - дама.

28. Производится три выстрела по одной и той же мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах равны соответственно $p_1 = 0,4$; $p_2 = 0,5$; $p_3 = 0,7$. Найти вероятность того, что в результате этих выстрелов в мишени будет ровно: 1)3; 2)1 пробоина.

29. В партии из 15 деталей имеется 5 нестандартных. Наудачу берут две детали, которые в партию не возвращаются, а затем берут еще две детали. Какова вероятность того, что первые две детали окажутся нестандартными, а вторые две - стандартными?

30. В связке имеются 5 различных ключей, из которых только одним можно открыть дверь. Наудачу выбирается ключ и делается попытка открыть им дверь. Ключ, оказавшийся неподходящим, больше не используется. Найти вероятность того, что для открывания двери будет использовано не более двух ключей.

31. В барабане револьвера семь гнезд, из них в пяти заложены патроны, а два оставлены пустыми. Барабан приводится во вращение, в результате чего против ствола случайным образом оказывается одно из гнезд. После этого нажимается спусковой крючок; если ячейка была пустая, выстрела не происходит. Найти вероятность того, что, повторив такой опыт два раза подряд, мы оба раза: 1) не выстрелим; 2) выстрелим.

32. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что в сумме выпало больше 10 очков, если известно, что на каждой кости выпало больше 2 очков.

33. Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что в сумме выпало меньше пяти очков, если известно, что на каждой кости выпало нечетное количество очков.

34. В ящике находятся шары двух цветов: 3 красных и 2 синих. Извлекаются наудачу два шара. Какова вероятность того, что среди них есть красные, если известно, что они одного цвета?

35. 10 пассажиров случайным образом размещаются в трех вагонах. Какова вероятность того, что в 1-й вагон сядет 6 человек, во 2-ой - 3 человека и в третий - 1 человек.

36. В аквариум пущено 36 рыбок четырех видов поровну. По форме и размерам все рыбки одинаковы. Одну рыбку вытащили, выяснили, к какому виду она принадлежит, и вновь пустили в аквариум. Через несколько минут еще раз вытащили одну случайно попавшуюся рыбку. Определить вероятность того, что обе эти рыбки принадлежат одному виду.

37. Производится три выстрела по одной и той же мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах равны соответственно $P_1 = 0,6$; $P_2 = 0,7$; $P_3 = 0,8$. Найти вероятность того, что в результате этих выстрелов в мишени будет ровно две пробоины.

38. Шесть мальчиков - Андрей, Бакыт, Витя, Гриша, Дима и Ермек - образовали клуб. Они решают избрать из своего состава правление клуба, в

которое входило бы а) 3; б) 4 человека. Выборы производятся путем жребия. Известно, что Андрей вошел в правление; какова в этом случае вероятность того, что Бакыт и Гриша тоже войдут в правление?

39. Стрелок ведет огонь по цели, движущейся на него. Вероятность попадания в цель при первом выстреле 0,4 и увеличивается на 0,1 при каждом последующем выстреле. Какова вероятность получить ровно два попадания при трех выстрелах?

40. В одном ящике 5 белых и 10 красных шаров, в другом ящике 10 белых и 5 красных шаров. Найти вероятность того, что хотя бы из одного ящика будет вынут белый шар, если из каждого ящика вынута по одному шару.

41. Фирма Мател понизит тарифы в следующем месяце с вероятностью 0,5, Хотел – 0,4. Вероятность того, что тарифы будут понижены обеими фирмами 0,3. Можно ли считать, что фирмы действуют независимо? Какова вероятность того, что Хотел понизит тарифы в следующем месяце, если известно, что Мател понижает цены?

42. Вероятность того, что завтра цена евро в сомах повысится равна 0,6, вероятность повышения цены доллара 0,55. Вероятность того, что завтра цена и евро и доллара в сомах повысится равна 0,5. Можно ли считать, что эти события независимы? Какова вероятность того, что завтра повысится цена евро, если известно, что цена доллара повысится?

43. Фирма Лател понизит тарифы в следующем месяце с вероятностью 0,45, Хотел – 0,64. Вероятность того, что Лател понизит тарифы в следующем месяце, при условии, что Хотел понизит тарифы равна 0,625. Какова вероятность того, что тарифы будут понижены обеими фирмами?

44. Вероятность того, что послезавтра цена евро в сомах повысится равна 0,64, вероятность повышения цены доллара 0,6. Вероятность того, что послезавтра повысится цена евро, если известно, что цена доллара не повысится, равна 0,9. Можно ли считать, что эти события независимы? Какова вероятность того, что послезавтра цена и евро и доллара повысится?

§ 14. Формула полной вероятности

Пусть H_1, H_2, \dots, H_n несовместные события, сумма которых есть все пространство событий S : $S = H_1 + H_2 + \dots + H_n$; где $H_i H_k = \emptyset$, если $i \neq k$.

Тогда говорят, что H_1, H_2, \dots, H_n образуют полную группу событий.

Полная группа событий полностью накрывает все пространство событий S и при этом каждое элементарное событие попадает только в одно из событий H_1, H_2, \dots, H_n .

Теорема. Пусть H_1, H_2, \dots, H_n - полная группа событий и A - произвольное событие.

Тогда, $P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + \dots + P(H_n)P(A/H_n)$.

Эта формула называется формулой полной вероятности.

1. Имеются два одинаковых ящика с шарами. В первом ящике 5 белых и 2 черных шара, во втором - 1 белый и 4 черных шара. Из наудачу выбранного ящика вынимают шар. Какова вероятность, что он окажется белым?

2. На рисунке 1 изображена схема дорог. Туристы вышли из пункта О, выбирая наугад на разветвлении дорог один из возможных путей. Какова вероятность того, что они попадут в пункт А?

3. Имеются две урны: в первой 3 белых шара и 7 черных; во второй 4 белых и 4 черных. Из первой урны во вторую перекладывают, не глядя, два шара. После этого из второй урны берут один шар. Найти вероятность того, что этот шар будет белым?

4. С первого станка на сборку поступает 40%, со второго - 50% и с третьего - 10% всех деталей. Вероятность изготовления бракованной детали для каждого станка соответственно равна 0,01; 0,03; 0,05. Найдите вероятность того, что на сборку поступила деталь с браком.

5. С первого станка на сборку поступает 40%, со второго - 30%, с третьего - 20%, с четвертого - 10% деталей. Среди деталей изготовленных на первом станке 0,1% бракованных, второго - 0,2%, третьего - 0,25%, четвертого - 0,4%. Найти вероятность того, что поступившая на сборку деталь бракованная.

6. Две карты вынимаются наугад из колоды в 36 карты без возврата. Какова вероятность того, что вторая вынутая карта является валетом?

7. По линкору выпускаются 3 ракеты. Вероятность попадания первой ракетой равна 0,4, второй ракетой - 0,2, третьей ракетой 0,7. При одном попадании линкор будет потоплен с вероятностью 0,3, при двух - с вероятностью 0,6, а при трех попаданиях будет потоплен с вероятностью 1. Найти вероятность того, что линкор после трех выстрелов будет потоплен.

8. Из ящика, содержащего 5 белых, 12 зеленых и 3 желтых шара, вынимаются три шара без возврата. Нарисуйте дерево вероятностей и найдите вероятность того, что третий шар зеленый.

9. Среди 25 автомобилей, поступивших в магазин, имеются 5 машин повышенной надежности. Покупатели знают об этом и являются в магазин один за другим по очереди. У кого большая вероятность получить машину с двигателем повышенной надежности: у того покупателя, кто пришел первым, или того, кто пришел вторым?

10. В первой урне находятся 2 белых и 9 черных шаров, а во второй - 1 черный и 5 белых шаров. Из каждой урны случайным образом без возвращения удалили по одному шару, а оставшиеся шары ссыпали в третью урну. Найти вероятность того, что шар, вынутый из третьей урны, окажется белым.

§ 15. Формула Байеса

Пусть H_1, H_2, \dots, H_n - полная группа событий и A - произвольное событие.

Тогда имеет место формула Байеса

$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(H_1)P(A|H_1) + P(H_2)P(A|H_2) + \dots + P(H_n)P(A|H_n)} = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{P(A)}, \quad i =$$

1, 2, ..., n.

Формула Байеса часто интерпретируется как формула, позволяющие по *априорным* (известным предварительно, до опыта) вероятностям $P(H_i)$ и по результатам опыта (наступление события A) найти *апостериорные* (вычисленные после опыта) вероятности $P(H_i|A)$.

1. На фабрике, изготавливающей диски, первая машина производит 25%, вторая - 35%, третья - 40% всех изделий. Брак в их продукции составляет соответственно 5%, 1%, 2%. Найти вероятность того, что случайно выбранный диск произведен а) первой; б) третьей машиной, если известно, что он оказался дефектным.

2. Предположим, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина? (Считать, что мужчин и женщин одинаковое число).

3. Два стрелка независимо один от другого стреляют по одной мишени, делая каждый по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка 0,7, для второго 0,4. После стрельбы в мишени обнаружена одна пробоина. Найти вероятность того, что в мишень попал первый стрелок,

4. Два зенитных орудия ведут огонь по одному и тому же самолету. Вероятность попадания выстрелом из первого орудия равна 0,3, из второго - 0,2. Первым залпом в самолет попали только из одного орудия. Какова вероятность того, что промахнулся расчет первого орудия?

5. Предположим, что у вас есть три одинаковых ящика со следующим содержанием: 5 черных и 1 белый шар в первом ящике, 3 черных и 2 белых шара во втором, и 1 черный и 4 белых шара в третьем ящике. Случайным образом выбирается ящик и из него вынимается один шар. Найдите вероятность того, что шар взят из: а) второго ящика; б) из третьего ящика,

если известно, что вынут белый шар.

6. Предположим, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин дальтоники. Наугад выбранное лицо из коллектива, в котором женщин в 3 раза больше, чем мужчин, страдает дальтонизмом. Какова вероятность того, что это мужчина?

7. При использовании "жульнического" кубика 6 очков выпадают в 3 раза чаще, чем любая другая грань. Этот кубик вместе с двумя стандартными кубиками лежит в коробке, и не отличим от них. Если при броске наугад извлеченного кубика выпало 6 очков, то какова вероятность того, что был брошен "жульнический" кубик?

§ 16. Задачи на полную вероятность и формулу Байеса.

1. В белом ящике лежат 10 красных и 5 синих одинаковых на ощупь шаров. В желтом ящике лежат 8 красных и 2 синих одинаковых на ощупь шаров. Бросается игральная кость. Если число выпавших очков больше 2-х, то не глядя вынимают шар из белого ящика. Если число выпавших очков не больше 2-х, вынимают, не глядя шар из желтого ящика. Какова вероятность того, что вынутый шар красный?

2. На некоторой фабрике машина A производит 40% продукции, а машина B производит 60% продукции. В среднем 9 единиц из 1000 единиц продукции, произведенной машиной A , оказывается бракованными, а у машины B - 1 единица из 250. Некоторая единица продукции, выбранная случайным образом из всей дневной продукции фабрики, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она произведена на машине A ?

3. В одной коробке находится 19 радиоламп, из них 18 стандартных, во второй коробке 10 ламп, из них 8 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

4. Клапаны, изготавливаемые в цехе, проверяются двумя контролерами. Первый контролер проверяет в 3 раза больше деталей, чем второй. Вероятность того, что годная деталь будет забракована, для первого контролера равна 0,03, а для второго 0,02. При проверке забракованных клапанов обнаружен годный клапан. Найти вероятность того, что этот клапан проверял первый контролер.

5. Погода в некоторой местности бывает либо ясной, либо пасмурной. Вероятность наступления ясного дня после ясного дня равна P_1 . Вероятность наступления пасмурного дня после пасмурного дня равна P_2 . Сегодня ясно. Какова вероятность того, что послезавтра будет: а) ясно? б) пасмурно?

6. Некоторый химический завод имеет систему сигнализации на случай аварии. При возникновении аварии система сигнализации даёт сигнал тревоги с вероятностью 0,92. При отсутствии аварии система сигнализации даёт тревогу с вероятностью 0,02. Аварийная ситуация является редким событием и возникает она с вероятностью 0,004. Если прозвучал сигнал тревоги, то какова вероятность того, что он ошибочен?

7. Из урны, содержащей 5 белых и 3 черных шара, один шар неизвестного цвета утерян. Какова вероятность извлечь наугад из урны белый шар?

8. Бросается игральная кость, и если выпадает 6 очков, мы вынимаем шар из урны A ; в противном случае - из урны B . Урна A содержит 3 красных и 1 белый шар. Урна B содержит 5 красных и 3 белых шара. Вынут красный шар. Какова вероятность того, что он вынут из урны A ?

9. Три станка подают детали в общий бункер. Вероятность выпуска бракованной детали для первого станка равна 0,03, для второго - 0,02 и для третьего - 0,01. Производительность первого станка в три раза больше производительности второго, а производительность третьего станка в два

раза больше производительности второго. Какова вероятность того, что взятая наудачу деталь из бункера будет бракованной? Какова вероятность того, что деталь попала в бункер со 2-го станка, если она бракованная?

10. Компания по страхованию автомобилей разделяет водителей по трем классам: класс *A* (мало рискует), класс *B* (рискует средне), класс *C* (рискует сильно). Компания предполагает, что из всех водителей, застрахованных у нее, 40% принадлежит к классу *A*, 50% - к классу *B* и 10% - к классу *C*. Вероятность того, что в течение 12 месяцев водитель класса *A* попадет в автомобильную катастрофу, равна 0,01, для водителя класса *B* эта вероятность равна 0,03, а для водителя класса *C* - 0,10. Мистер Смит страхует свою машину у этой компании и в течение 12 месяцев не попадает в автомобильную катастрофу. Какова вероятность того, что он относится к классу *A*?

11. Имеются три партии ламп по 20, 30, 50 штук в каждой. Вероятность того, что лампы проработают заданное время, равна для каждой партии соответственно 0,7; 0,8 и 0,9. Какова вероятность того, что выбранная наудачу из ста данных ламп лампа проработает заданное время?

12. "Жульническая" колода карт состоит из 52 королей. Эта колода карт вместе с другими тремя стандартными колодами лежит в пакете. Из пакета наугад извлекается колода карт и из нее случайным образом вытягивается одна карта. Если вытянутой картой оказался король, то какова вероятность того, что эта карта была взята из "жульнической" колоды?

13. Компания "Holland America Cruise Lines" имеет три роскошных морских лайнера для плавания к берегам Аляски в летние месяцы. Эксперт по туризму, нанятый компанией, полагает, что в предстоящий летний сезон корабли будут отплывать полностью заполненными туристами с вероятностью 0,92, если курс доллара не повысится относительно курса европейских валют, и с вероятностью 0,75 - если курс доллара повысится в Европе (повышение курса доллара в Европе привлечет многих американских туристов в Старый Свет). Экономисты полагают, что в ближайшем будущем вероятность повышения курса доллара относительно курса европейских валют равна 0,23. Какова вероятность того, что корабли будут летом полностью заполнены туристами?

14. При использовании "жульнического" кубика 6 очков выпадают в 5 раз чаще, чем любое другое число. Этот кубик вместе с другими четырьмя стандартными кубиками лежит в коробке, и не отличим от них.

а) Из коробки наугад извлекается кубик. Какова вероятность того, что при броске выпадет шестерка?

б) Если при броске наугад извлеченного кубика выпало 3 очка, то какова вероятность того, что был брошен "жульнический" кубик?

§ 17. Случайная дискретная величина и закон ее распределения

Переменная величина X , значение которой есть число, определяемое исходом некоторого эксперимента, называется *случайной величиной*. Случайная величина X называется *дискретной*, если множество ее значений конечно. В принципе можно (и даже полезно) представлять себе случайную величину как функцию на пространстве элементарных событий $S = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$: богиня случая Тихе выбирает e_k из S и подставляет его в нашу функцию, а мы лишь наблюдаем значение $X(e_k)$. Дискретная случайная величина X может быть задана законом распределения, т.е. таблицей вида:

X (численные значения)	X_1	X_2	...	X_n
p (вероятности)	p_1	p_2	...	p_n

В таблице указаны все возможные значения случайной величины X_1, X_2, \dots, X_n и их вероятности p_1, p_2, \dots, p_n . Все значения верхнего ряда X_1, X_2, \dots, X_n различны, а числа нижнего ряда удовлетворяют условию: $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$.

Математическим ожиданием $\mu(X)$ дискретной случайной величины X называется сумма произведений всех ее значений на соответствующие им вероятности, то есть: $\mu(X) = X_1 p_1 + X_2 p_2 + \dots + X_n p_n$

Дисперсией $D(X)$ случайной величины X называется математическое ожидание квадрата отклонения ее от математического ожидания $\mu(X)$:

$$D(X) = (X_1 - \mu(X))^2 p_1 + (X_2 - \mu(X))^2 p_2 + \dots + (X_n - \mu(X))^2 p_n$$

Для вычислений удобна следующая формула:

$$D(X) = \mu(X^2) - (\mu(X))^2 = (X_1)^2 p_1 + (X_2)^2 p_2 + \dots + (X_n)^2 p_n - (\mu(X))^2$$

Средним квадратичным отклонением (стандартным отклонением) случайной величины X называется число $\sigma = \sqrt{D(X)}$.

1. Два стрелка делают по выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания в нее первым стрелком равна 0,5, вторым - 0,4. Составить закон распределения числа попаданий в мишень. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение числа попаданий в мишень.

2. В урне 5 белых и 25 черных шаров. Вынули 1 шар. Построить закон распределения случайной величины X - числа вынутых белых шаров. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение числа вынутых белых шаров.

3. Достройте таблицу распределения случайной величины

X	-2	-1	0	1	2
p	0,1	0,2		0,4	0,1

и вычислите математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины X .

4. Построить закон распределения числа попаданий мячом в корзину при двух бросках, если вероятность попадания при каждом броске равна 0,4.

Вычислить математическое ожидание, дисперсию и стандартное отклонение числа попаданий мячом в корзину при двух бросках.

5. Куплено 500 лотерейных билетов, причем на каждый из 40 билетов выпал выигрыш в \$1, 10 билетов принесли их владельцам выигрыш по \$5, 5 билетов - по \$10. Найдите средний выигрыш, выпавший на 1 билет.

6. Согласно американским статистическим таблицам смертности, вероятность того, что 25-летний человек проживет еще один год, равна 0,992, а вероятность того, что он умрет в течение следующего года, равна 0,008, Страховая компания предлагает такому человеку застраховать свою жизнь на год на сумму \$1000. Страховой взнос равен \$10. Какую прибыль ожидает получить компания?

7. У охотника 4 патрона. Он стреляет по зайцу, пока не попадет или пока не кончатся патроны. Найдите математическое ожидание количества выстрелов, если вероятность попадания при каждом выстреле 0,25.

8. Мишень (рис.2) установлена так, что может вращаться вокруг центральной оси. При достаточно большой угловой скорости вращения стрелок не может различить секторы мишени. Он вынужден стрелять наугад. При попадании в первый сектор стрелок выигрывает \$1, во второй - проигрывает \$2, в третий - выигрывает \$3, в четвертый - проигрывает \$4, в пятый - выигрывает \$5. Стоит ли участвовать в такой игре?

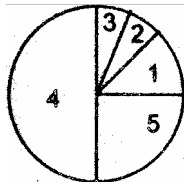


Рис.2

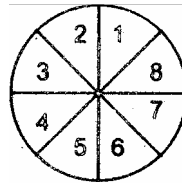


Рис.3

9. Мишень (рис.3) установлена так, что может вращаться вокруг центральной оси. При достаточно большой угловой скорости вращения стрелок не может различить секторы мишени. Он вынужден стрелять наугад. При попадании в первый сектор стрелок выигрывает \$1, во второй - \$2, в третий - \$3 и т.д., в восьмой - \$8. Стоит ли ему участвовать в такой игре, если за право стрелять один раз надо платить \$5.

10. Найти математическое ожидание числа девочек в семье, в которой 4 детей.

11. Найти математическое ожидание числа мальчиков в семье, в которой 5 детей.

12. Из группы, состоящей из 2 женщин и 5 мужчин, выбирается делегация из 2 человек. Найти математическое ожидание числа женщин в составе делегации.

13. Производится 3 выстрела по мишени. Вероятность попадания примерно 0,4.

Пусть X - число попаданий. Найдите $D(X)$, $\sigma(X)$.

14. Найти закон распределения числа попаданий в цель, если произведено 4 выстрела, а вероятность попадания при одном выстреле равна

0,2. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение числа попаданий в цель при 4 выстрелах.

15. Предположим, что два азартных игрока - Джон и Билл - заключают пари. Джон говорит: "Ставлю 10 долларов против трех, что Билл не попадет в мишень!" Билл, зная, что попадет в мишень с вероятностью $p = 0,3$, принимает пари. Прав ли Билл?

16. Три стрелка делают по одному выстрелу в одну мишень. Вероятность попадания в нее первым стрелком равна 0,2, вторым - 0,4, третьим - 0,7. Составить закон распределения числа попаданий в мишень. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение числа попаданий в мишень.

17. Фирма, сдающая напрокат автомобили в небольшом городе, решает, сколько машин ей следует иметь, чтобы прибыль фирмы была максимальной. Каждая взятая напрокат машина приносит прибыль \$70, а не взятая, \$30 убытка в день. Многолетний опыт фирмы показывает, что за один день могут поступить заявки, только на 5, 7 или 8 автомобилей. Вероятность того, что поступит заявка на 5 автомобилей, равна 0,2, на 7 - 0,5, на 8 - 0,3. Составьте таблицу распределения величины прибыли и определите, сколько автомобилей следует иметь фирме, для того чтобы ее средняя ежедневная прибыль была максимальной?

18. Лидия выпекает и продает торты. Себестоимость торта 100 сомов. Цена торта 150 сомов. Каждый непроданный за день торт ночью передается в ближайшее кафе за 80 сомов. Согласно ее наблюдениям, она может ежедневно продавать от 9 до 12 тортов. Вероятность того, что величина спроса составит 9 тортов равна 0,1; 10 тортов - 0,4, 11 тортов - 0,2; 12 тортов - 0,3. Составьте таблицу распределения величины прибыли и определите, сколько тортов ежедневно должна выпекать Лидия, для того чтобы ее средняя ежедневная прибыль была максимальной?

19. По оценкам аналитиков, вероятные значения дохода r по акциям А, В и С задаются таблицей:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
При росте экономики	10%	12%	3%
При спаде экономики	-5%	-8%	7%

Зная, что рост экономики будет с вероятностью 0,6, а спад с вероятностью 0,4, определите ожидаемую доходность и стандартное отклонение (риск) для:

- каждой акции;
 - портфеля состоящего из равного количества акций А и В;
 - портфеля состоящего из равного количества акций А и С;
 - портфеля состоящего из 4-х акций А и одного В.
 - портфеля состоящего из 2-х акций А, одного В и одного С.
- Цены акций одинаковы.

20. По оценкам аналитиков, вероятные значения дохода r по акциям А, В и С задаются таблицей:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
При сильном росте экономики	20%	2%	15%
При небольшом росте экономики	12%	8%	10%
При спаде экономики	-5%	10%	4%

Зная, что сильный рост экономики будет с вероятностью 0,2, небольшой – 0,5, а спад с вероятностью 0,3, определите ожидаемую доходность и стандартное отклонение (риск) для: а) каждой акции;

б) портфеля состоящего из 3-х акций А и одной В;

в) портфеля состоящего из равного количества акций А и С;

г) портфеля состоящего из 1-й акции А и 4-х В.

д) портфеля состоящего из 2-х акций А, одного В и одного С.

Цены акций одинаковы.

§ 18. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли

Повторные независимые испытания называются **испытаниями Бернулли**, если при каждом испытании имеются только два возможных исхода и вероятности этих исходов остаются неизменными для всех испытаний. Эти исходы принято называть "успехом" и "неуспехом", а их вероятности обозначать буквами p и q , причем $p + q = 1$.

Вероятность того, что в n испытаниях Бернулли успех наступит ровно m раз, выражается формулой Я. Бернулли

$$P(n, m) = C(n, m) p^m q^{n-m} = C(n, m) p^m (1-p)^{n-m}.$$

1. Какова вероятность того, что при 6 бросках монеты только 1 раз выпадет орел? Ровно 3 раза? Менее 5 раз? Составьте таблицу распределения числа выпадений орла. Чему равно среднее число "орлов" при 6 бросках ответов? Дисперсия этого числа?

2. Какова вероятность того, что при 3 бросках игральной кости ровно 2 раза выпадет 5 очков? Составьте таблицу распределения числа выпадений "пятерок" при 3 бросках. Чему равно среднее число "пятерок"? Дисперсия этого числа?

$$\text{Для испытаний Бернулли } \mu(X) = np; \quad D(X) = npq = np(1-p).$$

2а. Какова вероятность того, что при 10 бросках игральной кости ровно три раза выпадет 5 очков? Ровно один раз? Более одного раза?

3. При тестировании студентам предложено 10 вопросов, на каждый из которых дано 4 ответа: правильный и 3 неправильных. Для получения оценки А ученикам надо указать не менее 80% правильных ответов. Какова вероятность получения оценки А при простом отгадывании? Чему равно среднее число правильных ответов? Дисперсия этого числа?

4. Известно, что 10% произведенных и проданных калькуляторов имеют дефекты и их должны заменить по гарантии. Фирма закупила 7 калькуляторов. Какова вероятность того, что а) 1; б) 2 и более калькуляторов

нужно будет заменить?

4а. Известно, что 5% произведенных и проданных калькуляторов имеют дефекты и их должны заменить по гарантии. Фирма закупила 4 калькулятора. Нарисуйте гистограмму распределения числа калькуляторов с дефектами.

5. В лифт семиэтажного дома на первом этаже вошли 4 человека. Каждый из них с одинаковой вероятностью выходит на любом из этажей, начиная со второго. Найти вероятность того, что а) все; б) двое выйдут на 5-м этаже.

6. Всхожесть семян данного сорта растений оценивается с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из 5-ти посеянных семян взойдут а) 3; б) не менее 4-х?

7. В магазин отправили 15 тортов. Вероятность повреждения каждого торта в пути равна 0,2. Какова вероятность того, что по прибытию в магазин число поврежденных тортов будет: а) 2; б) не более 3?

8. Игральную кость бросают 9 раз. Какова вероятность того, что одно очко при этом выпадет а) 1; б) более 2 раз?

9. Пусть вероятность того, что наудачу взятая деталь нестандартная, равна 0,1. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых пяти деталей а) 2; б) не более двух окажутся нестандартными.

10. С вероятностью 0,8 оружие при выстреле поражает цель. Произведено 16 выстрелов. Какова вероятность того, что при этом произошло

а) 14; б) не менее 15; в) не больше 14 попаданий?

11. Согласно сведениям статистического бюро США, 12% мужчин в США имеют степень бакалавра. Если взять наугад 14 мужчин (в США), то какова вероятность того, что, по крайней мере, 2 из них имеют степень бакалавра? Чему равно среднее число бакалавров среди взятых наугад 14 мужчин в США? Дисперсия этого числа?

12. Случайно встреченное лицо с вероятностью, близкой к 0,2, может оказаться брюнетом, 0,3 - шатеном, 0,4 - блондином и с вероятностью 0,1 - рыжим. Какова вероятность того, что среди шести случайно встреченных лиц есть: а) 2 брюнета; б) хотя бы один рыжий?

13. В группе 10 человек. Какова вероятность того, что никто из них не отмечает свой день рождения летом? (Считается, что каждый человек с равной вероятностью может родиться в любом месяце года)

14. В барабане револьвера семь гнезд, из них в пяти заложены патроны, а два оставлены пустыми. Барабан приводится во вращение, в результате чего против ствола случайным образом оказывается одно из гнезд. После этого нажимается спусковой крючок; если ячейка была пустая, выстрела не происходит. Найти вероятность того, что, повторив такой опыт 4 раза подряд, мы ни разу не выстрелим. Чему равно среднее число попыток, при которых не произойдет выстрела? Дисперсия этого числа?

14а. В условиях задачи 14 найти вероятность того, что, при прокручивании барабана и нажатии на спусковой крючок 4 раза, во все 4 раза револьвер выстрелит.

15. Что вероятнее выиграть у равносильного противника (ничейный исход партии исключен): три партии из четырех или пять из восьми?

16. Вероятность отказа каждого прибора при испытании равна 0,4. Что вероятнее ожидать, отказа 2-х приборов при испытании четырех или отказа 3-х приборов при испытании шести?

17. Изделия некоторого производства содержат 5% брака. Найти вероятность того, что среди пяти взятых наугад изделий: а) нет ни одного испорченного; б) будут два испорченных.

18. Предположим, что в семье 5 детей. Предположим, также, что вероятность рождения девочки 0,5. Найдите вероятность того, что в семье

1) ровно 2 девочки и 3 мальчика; 2) ровно 3 девочки и 2 мальчика;

3) нет девочек;

4) нет мальчиков;

5) по крайней мере 4 девочки;

б) по крайней мере 3 мальчика;

7) не более 3 мальчиков; 8) не более 4 девочек.

19. Предположим, что вероятность взятия вратарем одиннадцатиметрового штрафного удара равна $1/4$. Многие лица сочтут, что наше утверждение означает следующее: из четырех одиннадцатиметровых вратарь обязательно возьмет один. Какова на самом деле вероятность того, что он возьмет хотя бы один мяч из четырех?

20. Вероятность того, что стрелок попадет в цель при одном выстреле, равна 0,7. Производится 4 независимых выстрела. Какова вероятность того, что при этом произойдет не менее двух попаданий? Чему равно среднее число попаданий при 4-х выстрелах? Дисперсия этого числа?

21. Стрелок попадет в цель при одном выстреле с вероятностью 0,7. Постройте и сравните, с точки зрения симметричности, гистограммы распределения числа попаданий при 2, 4 и 6 независимых выстрелах.

§ 19. Гипергеометрическое распределение

1. В урне 20 шаров не различимых на ощупь, и среди них 6 красных. Найдите вероятность того, что среди 3-х вынутых шаров будет 1 красный. Чему равно среднее число красных шаров среди 3-х вынутых? Дисперсия этого числа?

Ответьте на вопросы, предполагая 2 ситуации: шары вынимаются

а) с возвратом;

б) без возврата.

Во второй ситуации вышеизложенной задачи, в отличие от 1-й, когда имеет место распределение Бернулли, имеет место гипергеометрическое распределение.

Повторные испытания называются **гипергеометрическими испытаниями**, если имеет место ряд одинаковых экспериментов, при каждом испытании имеются только два возможных исхода, но в отличие от распределения Бернулли вероятности этих исходов зависят от исходов предыдущих испытаний. Если при N испытаниях имеют место k успехов, то вероятность того, что в n ($n < N$) испытаниях успех наступит ровно m ($m < k$) раз, выражается формулой

$$P = \frac{C(k, m)C(N - k, n - m)}{C(N, n)}.$$

(Число N - размер популяции, n - размер выборки.)

Для гипергеометрических испытаний $\mu(X) = n \frac{k}{N}$; $D(X) = n \frac{k}{N} \left(1 - \frac{k}{N}\right) \frac{N - n}{N - 1}$.

2. Среди 50 лампочек имеются 10 бракованных. Найти вероятность того, что среди 4-х взятых наугад лампочек: а) нет ни одного бракованного; б) будут два бракованных. Чему равно среднее число бракованных лампочек среди 4-х вынутых? Дисперсия этого числа?

3. В группе из 25 слушателей 5 парней. Найти вероятность того, что среди 5-ти выбранных наугад слушателей будут: а) 3 девушки и 4 парней; б) не менее 4-х парней? Чему равно среднее число парней среди 5-ти выбранных наугад слушателей? Дисперсия этого числа?

Аппроксимация гипергеометрического распределения распределением Бернулли.

4. Вероятность того, что лампочка бракованная равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 4-х взятых наугад лампочек: а) нет ни одного бракованного; б) будут два бракованных. Найдите среднее число бракованных лампочек среди 4-х вынутых? Дисперсию этого числа?

5. Среди 500 лампочек имеются 100 бракованных. Найти вероятность того, что среди 4-х взятых наугад лампочек: а) нет ни одного бракованного; б) будут два бракованных. Чему равно среднее число бракованных лампочек среди 4-х вынутых? Дисперсия этого числа?

6. Сравните результаты задач 2 и 4, а также 4 и 5.

В тех случаях, когда размер выборки n меньше 5% размера популяции N , гипергеометрическое распределение хорошо приближается (аппроксимируется) распределением Бернулли с $p = \frac{k}{N}$.

7. На программе из 250 слушателей 80 парней. Найти вероятность того, что среди 12-ти выбранных наугад слушателей будут: а) 8 девушек и 4

парней; б) не менее 3-х парней? Чему равно среднее число парней среди 12-ти выбранных наугад слушателей? Дисперсия этого числа?

8. Известно, что среди 800 проданных калькуляторов 44 имеют скрытые дефекты и их должны заменить по гарантии. Фирма закупила 37 калькуляторов. Какова вероятность того, что а) 1; б) 2 и более калькуляторов нужно будет заменить?

§ 20. Распределение Пуассона.

Аппроксимация распределения Бернулли распределением Пуассона

Пусть X - дискретная случайная величина и если из того, что среднее число “успехов” на интервале длины l равно μ следует, что среднее число успехов на интервале длины tl равно $t\mu$, то говорят, что случайная величина X распределена по закону Пуассона.

Вероятность того, что в данном интервале произойдет ровно k успехов, определяет **формула Пуассона** $P(X = k) = \frac{e^{-\mu} \mu^k}{k!}$, где μ среднее число успехов в данном интервале,

В случае, когда n велико, а p мало (обычно $p < 0,1$; $\mu = np < 9$) вычисления по формуле Бернулли хорошо приближаются вычислениями по формуле Пуассона.

1. Среднее число вызовов, поступающих на АТС за одну минуту, равно двум. Найти вероятность того, что за 4 минуты поступит а) 3; б) не менее трех вызовов.

2. В среднем на телефонной станции заказывают 6 телефонных разговора в течение 10 минут. Какова вероятность того, что в течение 5 минут будет заказано а) 2; б) более 2 разговоров?

3. В обеденный перерыв в кафетерий приходят, в среднем, двое посетителей в минуту. Какова вероятность того, что за 2 минуты в кафетерий придут а) 2; б) более 2-х посетителей?

4. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно трем. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит а) 2; б) не менее 2 вызовов.

5. Вероятность точного приземления опытного парашютиста, примерно 0,8. Какова вероятность того, что после 2 прыжков будет а) одно; б) не меньше 2 точных попаданий?

6. Вероятность точного приземления начинающего парашютиста, примерно 0,0008. Какова вероятность того, что после 2000 прыжков начинающих парашютистов будет а) 1; б) не меньше 2 точных попаданий?

7. В среднем за пять дней рабочей недели на автоматической линии происходит 4 неполадок. Какова вероятность одной и более неполадок в течение одного рабочего дня?

8. Некачественные сверла составляют 2% всех сверл, производящихся на заводе. Изготовленные сверла упаковывают в ящики, по 100 штук. Какова вероятность того, что в ящике окажется а) 2; б) не больше 2 некачественных сверл?

9. Среднее число ошибок на странице, которое допускает Оксана при наборе текста равно двум. Найти вероятность того, что на 3-х страницах будет 7 ошибок.

10. Известно, что 1% произведенных и проданных калькуляторов имеют дефекты и их должны производители заменить по гарантии. Большая фирма закупила 500 калькуляторов. Какова вероятность того, что а) 2; б) 3 и более калькуляторов нужно будет заменить?

11. Завод отправил на базу 2000 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения каждого изделия в пути равна 0,0002. Какова вероятность того, что по прибытию на базу число поврежденных изделий будет менее 2?

12. Какова вероятность того, что среди 365 наугад выбранных лиц:

- 1) пятеро родились 8 марта; 2) трое родились 10 июня;
3) не один не родился 17 сентября.

13. Вероятность попадания в цель при каждом выстреле равна 0,001. найти вероятность попадания в цель двух и более пуль, если число выстрелов равно 500.

14. Прядильщица обслуживает 800 веретен. Вероятность обрыва нитки на одном веретене в течение часа примерно 0,005. Какова вероятность того что в течение часа нитка оборвется *не* больше чем на 3-х веретенах?

15. Вероятность того, что любой абонент позвонит на коммутатор, в течение часа равна 0,01. Телефонная станция обслуживает 800 абонентов. Какова вероятность что в течение часа позвонят 5 абонентов?

16. Автоматическая телефонная станция получает в среднем за час 540 вызовов. Какова вероятность того, что в данную минуту она получит ровно 20 вызовов?

17. К кассе супермаркета в среднем за час подходят 30 покупателей. Какова вероятность того, что в течение 10 минут к кассе подойдут не более 2-х покупателей?

18. В аэропорту производят посадку в среднем 3 самолета в минуту. Какова вероятность того, что в течение 2 минут произведут посадку не меньше 4 самолетов?

19. На прядильной фабрике работница обслуживает 800 веретен и вероятность обрыва пряжи на одном веретене в течение одной минуты примерно 0,0005. Найти вероятность того, что в течение 10 минут произойдет не более 2 обрывов.

20. Известно, что среди 1000 проданных калькуляторов 50 имеют скрытые дефекты и их должны заменить по гарантии. Фирма закупила 40 калькуляторов. Какова вероятность того, что 2 или 3 калькулятора нужно будет заменить?

Таблица значений функции $\exp(-a)$

a	$\exp(-a)$	a	$\exp(-a)$	a	$\exp(-a)$	a	$\exp(-a)$	a	$\exp(-a)$
0,0	1	2,0	0,135335283	4,0	0,018315639	6,0	0,002478752	8,0	0,000335463
0,1	0,904837418	2,1	0,122456428	4,1	0,016572675	6,1	0,002242868	8,1	0,000303539
0,2	0,818730753	2,2	0,110803158	4,2	0,014995577	6,2	0,002029431	8,2	0,000274654
0,3	0,740818221	2,3	0,100258844	4,3	0,013568559	6,3	0,001836305	8,3	0,000248517
0,4	0,670320046	2,4	0,090717953	4,4	0,01227734	6,4	0,001661557	8,4	0,000224867
0,5	0,60653066	2,5	0,082084999	4,5	0,011108997	6,5	0,001503439	8,5	0,000203468
0,6	0,548811636	2,6	0,074273578	4,6	0,010051836	6,6	0,001360368	8,6	0,000184106
0,7	0,496585304	2,7	0,067205513	4,7	0,009095277	6,7	0,001230912	8,7	0,000166586
0,8	0,449328964	2,8	0,060810063	4,8	0,008229747	6,8	0,001113775	8,8	0,000150733
0,9	0,40656966	2,9	0,05502322	4,9	0,007446583	6,9	0,001007785	8,9	0,000136389
1,0	0,367879441	3,0	0,049787068	5,0	0,006737947	7,0	0,000911882	9,0	0,00012341
1,1	0,332871084	3,1	0,045049202	5,1	0,006096747	7,1	0,000825105	9,1	0,000111666
1,2	0,301194212	3,2	0,040762204	5,2	0,005516564	7,2	0,000746586	9,2	0,000101039
1,3	0,272531793	3,3	0,036883167	5,3	0,004991594	7,3	0,000675539	9,3	0,000091424
1,4	0,246596964	3,4	0,03337327	5,4	0,004516581	7,4	0,000611253	9,4	0,000082724
1,5	0,22313016	3,5	0,030197383	5,5	0,004086771	7,5	0,000553084	9,5	0,000074852
1,6	0,201896518	3,6	0,027323722	5,6	0,003697864	7,6	0,000500451	9,6	0,000067729
1,7	0,182683524	3,7	0,024723526	5,7	0,003345965	7,7	0,000452827	9,7	0,000061284
1,8	0,165298888	3,8	0,022370772	5,8	0,003027555	7,8	0,000409735	9,8	0,000055452
1,9	0,149568619	3,9	0,020241911	5,9	0,002739445	7,9	0,000370744	9,9	0,000050175

§ 21. Равномерный закон распределения

Если значения случайной величины полностью заполняют некоторый интервал, то она называется *непрерывной*. Пусть событие A заключается в попадании значения случайной величины в отрезок (промежуток, интервал, ...) $[a, b]$. Тогда, плотностью вероятности называется функция, площадь подграфика которой на отрезке (промежутке, интервале, ...) $[a, b]$ равна вероятности события A .

Непрерывная случайная величина называется *равномерно распределенной* на отрезке $[a, b]$, если ее плотность имеет вид

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < a, \\ 1/(b-a), & a \leq x \leq b, \\ 0, & x > b \end{cases}$$

Например, а) координата точки, брошенной наудачу на отрезок, есть случайная величина, равномерно распределенная на этом отрезке; б) величина угла, образованного стрелкой рулетки с осью абсцисс, равномерно распределена на отрезке $[0, 2\pi]$ и т.д.

1. Время, которое тратит Анара для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 25 до 30 мин. Какова вероятность опоздания, если она выйдет за 27 минут?

2. Канайым за 3 минуты доходит от дома до остановки, и за 5 минут от остановки до своего класса. Маршрутка привозит ее от дома до школы за 20 минут. Если она выходит из дома за 35 минут до урока, а разрыв между маршрутками а) 10; б) 5 минут, то чему равна вероятность опоздания Канайым на урок?

3. Автобусы на Кант отправляются с автовокзала каждые 20 минут. Какова вероятность того, что пассажир, прибывший на автовокзал, будет ожидать автобус на Кант: 1) менее 5 минут; 2) более 11 минут; 3) менее 15 минут и более 11 минут; 4) менее 25 минут; 5) менее 25 минут и более 10 минут?

4. Электронные весы показывают вес с точностью до 1 грамма. Чему равна вероятность того, что истинный вес взвешиваемого товара: 1) превышает указываемый более, чем на 0,2 грамма; 2) меньше указываемого более, чем на 0,3 грамма; 3) отличается от указываемого более чем на 0,1 грамм; 4) отличается от указываемого более чем на 0,6 грамм?

5. Электронные весы показывают вес с точностью до 2 грамм. Чему равна вероятность того, что истинный вес взвешиваемого товара: 1) превышает указываемый более, чем на 0,5 но менее, чем на 0,9 грамма; б) отличается от указываемого более чем на 0,56 грамм;

в) отличается от указываемого веса более чем на 0,5 грамм?

6. Продолжительность жизни (в днях) некоторого насекомого есть случайная величина X , равномерно распределенная на отрезке $[20, 36]$. Найти: а) среднюю продолжительность жизни насекомого; б) вероятность того, что

одно из этих насекомых, случайно выбранное, проживет более 30 дней; в) три таких случайно выбранных насекомых проживут, каждый, более 32 дней.

7. Поезда отправляются с вокзала каждые 45 минут. Какова вероятность того, что каждый из 2-х пассажиров, прибывших на вокзал независимо от другого, не зная расписания, будет ждать поезд менее 5 минут?

8. Числа, которые выдает генератор псевдослучайных чисел, равномерно распределены от 0 до 1. Найти вероятность того, что а) полученное число будет больше 0,7; б) каждое число из двух последовательно выданных будет больше 0,3, но меньше 0,8; в) первое число из двух последовательно выданных будет больше 0,3, а второе меньше 0,8

9. Числа, которые выдает генератор псевдослучайных чисел, равномерно распределены от 0 до 1. Найти вероятности того, что: а) полученное число меньше 0,3; б) каждое число, из двух последовательно выданных, меньше 0,5.

§ 22. Показательное распределение

Случайная величина X называется распределенной по показательному закону, если ее плотность вероятности есть функция $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \lambda e^{-\lambda t}, & t \geq 0, \end{cases}$

где $\lambda = \frac{1}{\mu}$.

Примерами случайных величин, подчиненных показательному закону распределения служат: длительность времени безотказной работы некоторого устройства (например, электрической лампочки); интервал времени между двумя последовательными событиями (например, время между прибытиями на остановку двух, следующих друг за другом автобусов)

1. Интервал времени (в минутах) между двумя последовательными приходами клиентов в банк есть случайная величина X подчиненная показательному закону с параметром $\lambda = 1$. Найти: а) $P(X < 1)$; б) $P(X > 5)$; в) $P(2 < X < 5)$.

2. Длительность времени безотказной работы некоторого устройства имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,03$. Найти вероятность того, что за время длительностью $t = 100$ часов:

а) устройство откажет; б) устройство не откажет.

3. Время между последовательными прибытиями двух машин к светофору распределено по показательному закону со средним значением 0,25 мин. Определить вероятность того, что время между последовательными прибытиями двух машин составит от 0,2 до 0,3 мин?

4. Время, в течение которого стандартная доза некоторое лекарство воздействует на человека, принимается как величина, распределенная по показательному закону. Если среднее значение времени, в течение которого лекарство действует на человека равно 30 ч, то какова вероятность того, что доза этого лекарства будет действовать на человека, по крайней мере, 32 ч?

5. Вероятность того, что некоторый прибор проработает 1 ч, равна 0,9. Какова вероятность того, что прибор безотказно проработает сутки и более? Полагается, что промежуток времени между двумя последовательными отказами распределен по показательному закону.

6. Испытывают два независимо работающих элемента. Длительность времени безотказной работы первого элемента имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 0,02$, второго с параметром $\lambda = 0,05$. Найти вероятности того, что за время длительностью $t = 6$ часов:

- а) оба элемента откажут; б) оба элемента не откажут;
в) только один элемент откажет; г) хотя бы один элемент откажет.

7. Испытывают три элемента, которые работают независимо один от другого. Длительность времени безотказной работы элементов распределена по показательному закону: для первого элемента с параметром $\lambda = 0,1$; для второго с параметром $\lambda = 0,2$; для третьего элемента - с параметром $\lambda = 0,3$.

Найти вероятности того, что в интервале времени (0,5) часов откажут:

- а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента;
г) не менее двух элементов; д) хотя бы один элемент.

8. По данным страховых агентств некоторого государства, вероятность того, что гражданин этой страны доживет до 70 лет, равна 0,87. Какова вероятность того, что случайный новорожденный этой страны доживет до свадьбы (до 22 лет)? (Предполагается, что имеет место показательное распределение.)

9. По некоторым данным, вероятность того, что торжественный ужин с участием Эльмиры продлится более 4 часов, равна 0,8. Какова вероятность того, что хотя бы один из трех случайным образом выбранных торжественных ужинов с участием Эльмиры продлится менее 3 часов? (Предполагается, что имеет место показательное распределение.)

§ 23. Нормальное распределение

1. Температура воздуха на планете STANDARTGAUSS распределена нормально со средним значением 0° и стандартным отклонением 1° . Найти вероятность того, что в случайным образом выбранный момент времени температура будет: а) больше 1° ; б) больше $2,51^{\circ}$; в) меньше $(-1,728)$; г) между $(-1,8^{\circ})$ и $2,56^{\circ}$; д) между $1,645^{\circ}$ и $2,575^{\circ}$; е) $-2,9^{\circ}$ и $4,96^{\circ}$.

2. Изучение транспортного движения на некотором участке скоростного шоссе показало, что скорость машин (в милях в час) распределено нормально со средним значением 61,3 и стандартным отклонением 3,3. Какова вероятность того, что у случайно взятой машины на этом участке, скорость будет больше:

- а) 61,96; б) 56,218?

3. Заряд охотничьего пороха отвешивают на весах. Случайная ошибка показаний весов распределена по нормальному закону со стандартным отклонением 0,2 г. Номинальный вес порохового заряда равен 2,3 г.

Определить вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес порохового заряда 2,5 г.

4. Предположим, что содержание никотина в сигарете есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением $\mu = 1$ мг и стандартным отклонением $\sigma = 0,2$ мг. Найти вероятность того, что в случайно взятой на обследование сигарете содержание никотина будет меньше: а) 0,9 мг; б) 1,144 мг.

5. Рост шестилетних девочек распределен по нормальному закону со средним значением 117,80 см и стандартным отклонением 5,52 см. Найти вероятность того, что рост наугад взятой 6-летней девочки: а) больше 124,424 см; б) меньше 109,52; в) находится между 117,80 см и 120,56 см; г) находится между 116,144 см и 123,32 см; д) находится между 121,94 см и 126,96 см; е) больше 106,76 см.

6. Вес вылавливаемых в пруду рыб подчиняется нормальному закону с математическим ожиданием 375 г и стандартным отклонением 25 г. Найти вероятность того, что вес одной пойманной рыбы будет а) больше 400г; б) меньше 362,5г; в) находится между 337,5г и 375г; г) находится между 365г и 390г; д) находится между 340г и 360г; е) не более 450г.

7. Вес женщин в возрасте от 18 до 24 лет нормально распределен со средним значением 132 фунта и стандартным отклонением 27,4 фунта (1 фунт = 0,4536 кг). Если случайным образом взяты 150 женщин в возрасте от 18 до 24 лет, то, каково среднее ожидаемое значение числа женщин, вес которых находится в пределах от 100 до 150 фунтов?

8. Систолическое давление в крови у взрослых людей распределено нормальному закону со средним значением 129,8 и стандартным отклонением 21,9 (в мм ртутного столба). Если взять наугад 500 взрослых людей для медицинского обследования, то каково среднее ожидаемое значение числа людей, у которых систолическое давление окажется выше 180?

9. В цехе некоторой химической компании машина-автомат разливает антифриз в канистры. Объем антифриза в канистре при этом является нормальной случайной величиной со средним значением 1 галлон и стандартным отклонением 0,04 галлона. Определить то значение объема антифриза, больше которого будут величины объемов антифриза в канистре у а) 10%; б) 90% канистр.

10. Доза радиации (в мили рентгенах), выдаваемая некоторой рентгеновской установкой, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону со средним значением 4,13 и стандартным отклонением 1,27. Дозиметр настроен таким образом, что для 30% больших доз (выше некоторого значения) и 10% малых доз (ниже некоторого значения) радиации загорается красная лампочка, а для других доз радиации загорается зеленая лампочка. Найти нижний и верхний пределы доз радиации, при которых еще горит зеленая лампочка.

11. Производитель цветных телевизоров, проводя тестирование телевизоров конкурирующей фирмы, обнаружил, что количество энергии, потребляемое этими телевизорами, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 320 кватт/час и стандартным отклонением 7,5 кватт/час. Если 15% телевизоров, имеющих малое потребление энергии и 20% телевизоров, имеющих большое потребление энергии, исключаются из дальнейшей проверки, то каковы нижний и верхний пределы потребления энергии для телевизоров, оставшихся на дальнейшую проверку?

12. Некоторая производственная фирма заключила контракт на производство шарикоподшипников. Анализ продукции показал, что диаметр производимых шариков есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 25,1 мм и стандартным отклонением 0,2 мм. Если 7% шариков с наибольшими диаметрами (их диаметры больше некоторого значения) и 13% шариков с наименьшими диаметрами (их диаметры меньше некоторого значения) идут в брак, то каковы верхний и нижний пределы допустимых диаметров?

13. Данные вступительных экзаменов показали, что среднее значение баллов по математике равно 450, а 17% полученных баллов были выше 475. Предполагая, что полученные баллы распределены по нормальному закону, определить стандартное отклонение σ .

14. В цехе некоторой химической компании машина-автомат разливает антифриз в канистры. Объем антифриза в канистре, при этом, является нормальной случайной величиной со стандартным отклонением 0,04 галлона. Определить среднее значение объема антифриза в канистрах, если выполняется требование компании, что только у 1% (не более) канистр объем антифриза может оказаться меньшим, чем 0,9488 галлона.

15. Компания, выполняющая грузовые автоперевозки, определила, что 80% автошин марки А выдерживают пробег от 40000 до 60000 км со средним значением $\mu = 50000$ км. Полагая, что величина пробега автошины до износа является нормальной случайной величиной, определить, сколько процентов шин этой марки будут изношены, имея пробег меньший, чем 32000 км.

16. Средний вес женщин участвующих в конкурсе на звание **Миссис племени Мумба-Юмба** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со стандартным отклонением 10 кг. Зная, что 15,87% женщин участвующих в конкурсе имеют вес меньше чем 80 кг, определите, сколько процентов женщин будут иметь вес больше 105 кг.

17. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 65% контейнеров имеют вес нетто выше 4,9 тонн, а у 25% контейнеров вес нетто меньше 4,2 тонны. Найдите среднее значение и стандартное отклонение веса нетто контейнеров.

18. Время, затрачиваемое на возведение определенного типа здания, считается нормальной случайной величиной. Известно, что в 75% случаев

срок, требуемый на возведение здания, оказывается меньшим 12 месяцев, а в 45% случаев строительство заканчивается менее чем за 10 месяцев. Найти среднее значение и стандартное отклонение срока возведения этого типа здания.

19. Скорость печатания на клавиатуре нового типа, для людей с определенным стажем работы, проходящих обучение - тренинг программу, является случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Вероятность того, что произвольно взятый человек из этой группы обучения наберет выше 65 знаков в минуту, равна 0,45, а вероятность того, что скорость окажется выше 70 знаков в минуту равна 0,15. Найти среднее значение и стандартное отклонение скорости печатания в этой группе обучающихся.

Как было отмечено выше, в случае, когда n велико ($n > 25$), а p мало (обычно $p < 0,1$; $npq \leq 9$) вычисления по формуле Бернулли хорошо приближаются вычислениями по формуле Пуассона. В то же время, в случаях когда ($np > 5$; или $n(1-p) > 5$) от распределения Бернулли можно перейти к нормальному распределению с $\mu = np$ и $\sigma^2 = np(1-p)$. При этом, для того чтобы найти вероятность события $P(X=a$ или $a+1$ или ... или $b)$ нужно найти вероятность того, что значения нормальной случайной величины X лежат в интервале $(a-0,5; b+0,5)$

20. Опрос, проведенный департаментом транспорта, показал, что 25% водителей в столице пользуются ремнями безопасности. Если случайным образом взять 400 водителей то какова вероятность того, что, по крайней мере, 125 из них пользуются ремнями безопасности?

21. 45% из нас имеют третью группу крови. Если случайным образом взяты 400 человек на обследование, то какова вероятность того, что число людей, имеющих третью группу крови среди них, будет: а) между 200 и 205 включительно; б) ровно 182?

22. Среди рабочих в возрасте от 20 до 24 лет 26% работают более 40 часов в неделю. Если выбрать наугад 350 рабочих в возрасте от 20 до 24 лет, то какова вероятность того, что число работающих более 40 часов среди них окажется:

а) между 80 и 90 включительно; б) ровно 101?

23. Согласно сведениям статистического бюро США, 12% мужчин в США имеют степень бакалавра. Если взять наугад 140 мужчин (в США), то какова вероятность того, что: а) по крайней мере, 20 из них; б) ровно 17 имеют степень бакалавра?

24. Игральную кость бросают 500 раз. Какова вероятность того, что одно очко при этом выпадет а) не менее 76 раз, но не более 90 раз; б) ровно 82 раза?

25. С вероятностью 0,8 орудие при выстреле поражает цель. Произведено 1600 выстрелов. Какова вероятность того, что при этом произошло: а) не менее 1200, но не более 1300 попаданий; б) ровно 1282 раза?

26. По данным Национальной алкогольной ассоциации России (www.utro.ru от 17.06.2005) 60% водки в России производится незаконно. На свадьбу Алексея принесли 150 бутылок водки. Какова вероятность того, что в более чем 66 бутылках водка паленая? Можно ли дать однозначный ответ?

Задания для самостоятельной работы.

27. Средний вес женщин участвовавших в конкурсе на звание **Миссис Мумба-Юмба 2005** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 90 кг. Зная, что 15,87% женщин участвовавших в конкурсе имели вес меньше чем 80 кг, определите, сколько процентов женщин имели вес больше 106,45 кг.

28. Средний вес мужчин участвующих в конкурсе на звание **Мистер Мумба-Юмба 2004** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 109 кг и стандартным отклонением 5 кг. Определите, вероятность того, что двое из 4-х случайным образом выбранных претендентов будут иметь вес больше 112 кг.

29. В условиях задачи 28 найдите вероятность того, что средний вес 40, случайным образом выбранных из очень большого числа претендентов, претендентов будет меньше 109,1 кг. Как изменится ответ, если предположить, что общее число претендентов равно 1000?

30. Средний вес мужчин участвующих в конкурсе на звание **Мистер Мумба-Юмба 2005** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 110 кг и стандартным отклонением 5 кг. Определите, вероятность того, что из 40 случайным образом выбранных претендентов от 21-го до 23-х будут иметь вес меньше 111 кг.

31. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 15% контейнеров имеют вес нетто выше 5,9 тонн, а у 45% контейнеров вес нетто меньше 5,5 тонны. Найдите среднее значение и стандартное отклонение веса нетто контейнеров.

32. Найти минимальный объем выборки, при котором с 92,5% уверенностью можно было бы утверждать, что максимальная погрешность оценки среднего значения μ нормально распределенного признака X генеральной совокупности по выборочной средней \bar{x} не превысит 0,1, если известно, что количественный признак меняется в основном от 21,5 до 27,5.

33. Исходя из статистических данных предыдущих конкурсов, Мирлан считает, что средний вес женщин участвующих в конкурсе на звание **Миссис Мумба-Юмба 2005** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со стандартным отклонением 8 кг. Из какого уровня доверия он исходил, если, используя выборку объемом 25, он построил доверительный интервал (84,42; 93,94)?

34. Менеджер магазина хочет оценить среднюю дневную выручку. Для этого, из нормально распределенной большой популяции, взята случайная выборка с данными о выручке за 37 дней (в тыс. сомов): 19 дней по 160; 2

дня по 145; 3 дня по 170; 8 дней по 157; 5 дней по 164,8. а) Постройте 90% доверительный интервал для оценки средней дневной выручки. б) Определите p -значение для проверки утверждения, что выручка меньше 159.

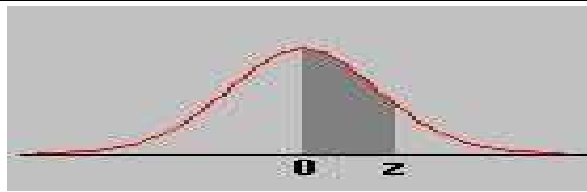


Таблица нормального распределения

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974

2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

(При $z > 3$ значения приближенно равны 0.5)

§ 24. Выборки

1. Дано множество чисел $\{8, 21, 16\}$. Определите среднее арифметическое и стандартное отклонение для этих чисел. Постройте все возможные выборки состоящие из 2-х элементов и для каждой выборки найдите среднее арифметическое. Определите среднее арифметическое и стандартное отклонение для выборочных средних.

2. Дано множество чисел $\{8, 10, 15, 11\}$. Определите среднее арифметическое и стандартное отклонение для этих чисел. Постройте все возможные выборки состоящие из 3-х элементов и для каждой выборки найдите среднее арифметическое. Определите среднее арифметическое и стандартное отклонение для выборочных средних.

Выборки из нормально распределенной популяции

Если из нормально распределенной популяции со средним значением μ и стандартным отклонением σ случайным образом выбираются n элементов, то средние арифметические значения элементов таких выборок образуют нормально распределенную популяцию со средним значением μ и стандартным отклонением $\sigma_{\bar{x}}$.

При этом, если размер выборки n меньше 5% от размера генеральной совокупности N , то $\sigma_{\bar{x}}$ равно σ/\sqrt{n} (эта ситуация, по умолчанию, имеет место в задачах, когда размер популяции не упоминается).

Для выборок большего объема стандартное отклонение средних выборочных значений определяется формулой $\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$.

1. Компания выпускает автошины, пробег которых (километраж до износа) является нормальной случайной величиной со средним значением 52000 км и стандартным отклонением 2000 км. Таксопарк случайным образом отбирает автошины из большой партии и заявляет, что, если средний пробег отобранных шин будет больше 51400 км, то он заключит контракт на покупку всей этой партии шин. Сколько шин, 4 или 64, должна предложить компания?

2. Будем предполагать, что средняя продолжительность жизни жителей штата Юта, Северная Дакота, Небраска и Миннесота распределена нормально с $\mu = 73$ года и $\sigma = 9,6$ года. Если \bar{X} - средняя выборочная продолжительность жизни n жителей этих штатов, то найдите: а) $P(\bar{X} < 72)$, если $n = 49$;

б) $P(\bar{X} > 74)$, если $n = 36$;

в) c , если $P(\bar{X} < c) = 0.98$ и $n = 64$.

3. Средняя продолжительность жизни жителя штата Гавайи 73,6 года. Будем предполагать распределение продолжительности жизни приближенно нормальным с $\sigma = 8,4$ года. Если \bar{X} - средняя выборочная продолжительность жизни n жителей этого штата, то найти:

а) $P(\bar{X} < 76)$, если $n = 49$; б) $P(\bar{X} > 71,3)$, если $n = 36$; в) с, если $P(\bar{X} > c) = 0.9$ и $n = 36$.

4. Обследовалась очень большая группа женщин, рост которых выше 5 футов и чей возраст между 18 и 24 годами. Было установлено, что вес человека в этой группе есть нормальная случайная величина со средним значением 121,5 фунтов и стандартным отклонением 6,5 фунтов. Если из этой группы случайно отобрать 50 человек, то какова вероятность того, что средний выборочный вес окажется больше 120 фунтов? Как изменится ответ, если предположить, что группа состоит из 300 женщин?

5. Популярная марка сигарет содержит в среднем 10 мг дёгтя в одной сигарете. Предположим, что $\sigma = 0,6$ мг для распределения дёгтя в сигарете. Если \bar{x} - среднее содержание дёгтя в сигарете (в мг) в выборке объема 36 из большой партии, то чему равны: а) $P(\bar{x} > 10.1)$; б) $P(9.9 < \bar{x} < 10.2)$; в) с, если $P(\bar{x} < c) = 0.45$.

6. Средняя продолжительность горения лампы из очень большой партии равна 1000 ч., дисперсия продолжительности горения лампы 1600 ч. Если случайным образом отобрать 100 таких ламп, то какова вероятность того, что средняя выборочная продолжительность горения лампы окажется больше 1002 и меньше 1005 часов? Предполагается, что продолжительность горения ламп распределена по нормальному закону. Как изменится ответ, если предположить, что партия состоит из 1000 ламп?

7. Среднее число заказов, принимаемых химчисткой за один день, равно 484 со стандартным отклонением 32. Какова вероятность того, что в случайно взятой рабочей неделе из 6 дней, среднее число заказов, приходящихся на один день, превысит 500? Какое предположение о генеральной совокупности следует сделать?

8. В Пентагоне ежедневно, в среднем, приходится заменять 150 электрических лампочек. Считая, что число лампочек подлежащих замене распределено по нормальному закону со стандартным отклонением 10, определите, сколько лампочек должен купить завхоз этого здания, чтобы быть на 90 % уверенным в том, что их хватит на месяц (30 дней)?

§ 25. Доверительный интервал

Если из нормальной генеральной совокупности со стандартным отклонением σ извлечена выборка размера n , то средняя для генеральной совокупности μ с вероятностью $(1-\alpha)$ лежит в интервале, который называется доверительным (confidence interval): $(\bar{x} - z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}}; \bar{x} + z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}})$. Здесь \bar{x} - выборочная средняя, $\sigma_{\bar{x}}$ - стандартное отклонение выборочных средних, $z_{\alpha/2}$ - точка, отсекающая правый «хвостик» площадью $\alpha/2$ от фигуры, ограничиваемой стандартной нормальной кривой. Число $z_{\alpha/2}\sigma_{\bar{x}}$ обычно обозначают буквой E (от *error* – ошибка). Оно показывает, что мы на α % можем быть уверены, что ошибемся не больше, чем на E , взяв в качестве приближения средней для генеральной совокупности μ число равное средней выборочной \bar{x} .

1. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы выборки оказалась равной 1000 ч. Найти 95% доверительный интервал для средней продолжительности μ горения лампы всей партии, если известно, что стандартное отклонение продолжительности горения лампы $\sigma = 40$ ч. Как изменится ответ, если предположить, что партия состоит из 500 ламп? Предполагается, что продолжительность горения ламп распределена по нормальному закону.

2. В некотором производстве поверхность пластмассовых деталей покрывается металлом. Контролёр по качеству отбирает случайным образом 36 деталей и определяет, что средняя выборочная толщина покрытия металлом равна 22 мм. Если известно, что толщина покрытия распределена нормально со стандартным отклонением 5,4 мм, определите 95% доверительный интервал для средней толщины покрытия μ . Как изменится ответ, если предположить, что детали взяты из партии размером 1000?

3. Для среднего значения нормально распределенного признака X генеральной совокупности был построен доверительный интервал (255,3; 263,5). Какова доверительная вероятность $(1-\alpha)100\%$ (confidence level) построенного интервала, если размер выборки был равен 49, а $\sigma = 22,42$.

4. Из партии в 5000 электрических ламп было отобрано 300 ламп. Среднее время службы ламп в выборке оказалось равной 1450 ч. Какова вероятность того, что средний срок горения ламп во всей партии заключен в пределах от 1430 до 1470 ч, если известно, что дисперсия времени службы ламп для всей партии равна 40000 ч?

5. Местная радиостанция хотела бы определить 90% доверительный интервал для нахождения среднего количества времени μ , затрачиваемого каждой семьёй в городе на прослушивание передач этой радиостанции. Сколько семей ей надо опросить, чтобы оценить μ с максимальной погрешностью 0,128 часа, если известно стандартное отклонение $\sigma = 0,7$ ч.

6. Производителю аккумуляторных батарей известно, что срок службы (в часах) определенного вида аккумуляторов есть случайная величина со

стандартным отклонением 4,5. Производитель хотел бы оценить средний срок службы всех батарей этого типа в пределах ± 1 час с 95% уверенностью. Каков минимальный объём выборки следует взять?

7. Найти минимальный объём выборки, чтобы можно было с 97,5% уверенностью утверждать, что точечная оценка \bar{x} будет отличаться от μ - неизвестной генеральной средней не более чем на 0,3, если известно $\sigma = 1,2$.

8. Фирма коммунального хозяйства желает на основе выборки оценить среднюю квартплату за квартиры определенного типа с надежностью 99% и с максимальной погрешностью 10 денежных единиц. Предполагая, что квартплата имеет нормальное распределение со стандартным отклонением 35 д.е., найдите минимальный объём выборки.

9. Найти минимальный объём выборки, чтобы можно было с 92% уверенностью утверждать, что точечная оценка \bar{x} будет отличаться от μ - неизвестной генеральной средней не более чем на 0,5, если известно $\sigma = 2,5$.

Если количественный признак изменяется по нормальному закону, то, по соглашению между статистиками, считается, что наблюдаемый количественный признак меняется внутри интервала длиной 4σ .

10. Мы хотели бы оценить средний вес пачки овсяных хлопьев из большой партии этого продукта (на пачке указан вес – 400 г). Мы хотели бы на 98% быть уверенными, что средний выборочный вес будет в пределах ± 3 г от истинного среднего значения веса пачек в этой партии. Какой минимальный объём выборки следует нам взять, если предварительные исследования показали, что вес пачки меняется от 382 до 422 г?

11. Чаеразвесочная машина-автомат должна упаковывать чай в пакеты по 125 г. Каков должен быть минимальный объём выборки, при котором с 97% уверенностью можно было бы утверждать, что максимальная погрешность в оценке среднего веса пакета во всей партии не превысит 2г., если предварительный анализ показал, что вес пакета меняется от 108 до 138 г?

12. Найти минимальный объём выборки, при котором с 92,5% уверенностью можно было бы утверждать, что максимальная погрешность оценки среднего значения μ нормально распределенного признака X популяции по выборочной средней \bar{x} не превысит 0,2, если известно, что количественный признак меняется в основном от 21,5 до 27,5.

13. Известно из опытных данных, что некоторая случайная величина, распределение которой можно приближенно считать нормальным, изменяется от 100 до 120. Каков должен быть минимальный объём выборки, чтобы можно было с 95% уверенностью утверждать, что точечная оценка \bar{x} отличается от μ - генеральной средней не более чем на 1,5.

Если из нормальной генеральной совокупности при неизвестном значении σ извлечена выборка размера n , то средняя для генеральной совокупности μ с вероятностью $(1-\alpha)$ лежит в интервале, который называется доверительным: $(\bar{x} - t_{\alpha/2}s_{\bar{x}}; \bar{x} + t_{\alpha/2}s_{\bar{x}})$, где \bar{x} - это выборочная средняя, $t_{\alpha/2}$ - точка, отсекающая правый «хвостик» площадью $\alpha/2$ от фигуры, ограничиваемой кривой Стьюдента, $s_{\bar{x}}$ - адаптированное стандартное отклонение выборочных средних, определяемое по стандартному отклонению элементов выборки $\bar{\sigma}$ следующим образом: если размер выборки n меньше 5% от размера популяции N , то $s_{\bar{x}} =$

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n-1}};$$

$$\text{а для выборок большего объема } s_{\bar{x}} = \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n-1}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}.$$

Указания 1) В учебной и научной литературе часто встречается коэффициент s , связанный с $\bar{\sigma}$ следующим образом: $s = \bar{\sigma} \sqrt{\frac{n}{n-1}}$. В этом

$$\text{случае, } s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \text{ или } s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}.$$

2) В случае, когда размер выборки больше 30, распределение Стьюдента (t -распределение) очень хорошо приближается нормальным распределением (z -распределением).

14. В некоторой компании с большим числом сотрудников решили оценить среднюю продолжительность (в минутах) телефонных разговоров своих сотрудников в течение дня. Для этой цели были взяты продолжительность 32 разговоров. Постройте 99% доверительный интервал для оценки средней продолжительности телефонных разговоров для сотрудников всей компании, если для выборки среднее значение 5 мин, стандартное отклонение 1,2 мин.

15. Для отрасли, включающей 1200 фирм, была составлена случайная выборка из 45 фирм. По выборочным данным оказалось, что в фирме работают в среднем $\bar{x} = 77,5$ человека при стандартном отклонении $s = 20$ человек. Пользуясь 95% доверительным интервалом, оцените среднее число работающих в фирме по всей отрасли и общее число работающих в отрасли.

16. Из большой партии пакетов с сахаром, наполняемых машиной, случайно отобраны 6 пакетов, взвешивание которых дало следующие цифры: 103, 104, 106, 107, 106 и 110 фунтов. Найдите 99% доверительный интервал для определения среднего веса пакета во всей партии. Предполагается, что вес пакетов распределен по нормальному закону.

17. Из 450 работников банка случайным образом отобраны 20 человек, средняя зарплата которых составила $\bar{x} = \$600$, а стандартное отклонение s

= \$100. Предположив, что зарплата распределена по нормальному закону, определите с 95% надёжностью среднюю зарплату в банке и затраты банка на зарплату в месяц.

18. Национальный центр образования опросил 4400 выпускников колледжей о том, сколько времени потребовалось им для получения степени бакалавра. Полученные данные позволили определить: $\bar{x} = 5,15$ лет и $s = 1,68$ года. Основываясь на этих выборочных данных, постройте 99% доверительный интервал для среднего значения времени, затрачиваемого на получение степени бакалавра для всех выпускников колледжей.

19. Аптека хотела бы оценить среднюю дневную выручку от продажи определенного сорта мыла. Случайная выборка результатов 33 дней дала следующие данные: 15 дней по 110; 2 дня по 95; 3 дня по 120; 8 дней по 107; 5 дней по 114,8. Постройте 90% доверительный интервал для оценки средней дневной выручки.

20. Нейлоновая веревка испытывается на разрыв. Предполагая, что сила, разрывающая веревку, есть нормальная случайная величина, постройте 98% доверительный интервал для среднего значения разрывающей силы, если при 42 испытаний было получено $\bar{x} = 45,2$ Н (ньютон) и $s = 1,5$ Н.

21. Произведено 43 независимых измерений толщины пластины. Получены следующие результаты: 10 по 2,15; 20 по 2,18; 6 по 2,22; 4 по 2,28; 2 по 2,08 и 1 раз 2,04. Оценить среднее значение толщины пластины с помощью доверительного интервала с доверительной вероятностью 0,95.

22. По данным 16 независимых измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений $\bar{x} = 42,8$ и выборочное стандартное отклонение $s = 8$. Оценить среднее значение измеряемой величины с помощью 99% доверительного интервала.

23. Произведено семь независимых измерений толщины пластины. Получены следующие результаты: 2,15; 2,18; 2,14; 2,16; 2,17; 2,13; 2,19. Оценить истинное значение толщины пластины с помощью доверительного интервала с доверительной вероятностью 0,99.

24. Из партии в 5000 электрических ламп было отобрано 300 ламп. Среднее время горения ламп в выборке оказалось равной 1450 ч, а дисперсия - 40000. Какова вероятность того, что средний срок горения ламп во всей партии заключен в пределах от 1430 до 1470 ч?

При проверке двухсторонних гипотез об истинном среднем значении для нормально распределенной популяции формулируются основная ($H_0: \mu = \mu_0$) и альтернативная гипотезы ($H_1: \mu \neq \mu_0$). Результаты полученные из случайной выборки говорят о том, что нет оснований отвергать основную гипотезу при уровне значимости α , если расстояние между μ_0 и \bar{x} меньше чем $t_{\alpha/2} s_{\bar{x}}$:

$|\bar{x} - \mu_0| < t_{\alpha/2} s_{\bar{x}}$. В противном случае, если $|\bar{x} - \mu_0| \geq t_{\alpha/2} s_{\bar{x}}$, основная гипотеза отвергается при уровне значимости α .

В случае односторонней гипотезы, формулируются основная и альтернативная гипотезы ($H_0: \mu \geq \mu_0; H_1: \mu < \mu_0$) или ($H_0: \mu \leq \mu_0; H_1: \mu > \mu_0$). Результаты полученные из случайной выборки говорят о том, что нет оснований отвергать основную гипотезу при уровне значимости α , если расстояние между μ_0 и \bar{x} меньше чем $t_{\alpha} s_{\bar{x}}$: $|\bar{x} - \mu_0| < t_{\alpha} s_{\bar{x}}$.

В противном случае: $|\bar{x} - \mu_0| \geq t_{\alpha} s_{\bar{x}}$, основная гипотеза отвергается при уровне значимости α .

Значение α , при котором $|\bar{x} - \mu_0| = t_{\alpha/2} s_{\bar{x}}$ для двухсторонней гипотезы и $|\bar{x} - \mu_0| = t_{\alpha} s_{\bar{x}}$ для односторонней гипотезы называется **p-значением (p-value)** гипотезы. Мы принимаем гипотезы при уровне значимости меньше чем **p-значение**, и отвергаем гипотезы при уровне значимости превосходящем **p-значение**.

25. Специальная бумага, производимая на фабрике Госзнака должна иметь толщину 0,05 мм. Если средняя толщина бумаги отличается от стандартной, то оборудование, на котором производится бумага, подлежит регулировке. Была взята случайная выборка из 100 листов бумаги и были найдены выборочное среднее $\bar{x} = 0,051$ мм и выборочное стандартное отклонение $s = 0,002$ мм. При уровне значимости $\alpha = 0,05$ определить - следует ли регулировать оборудование? Найдите **p-значение**.

26. Игра в большой бейсбольной лиге должна длиться 145 мин. Известный спортивный комментатор утверждает, что игра на самом деле продолжается больше этого времени. Выборка из а) 65; б) 26 игр, проведенных в прошлые 2 месяца, дала следующие цифры: $\bar{x} = 148$ мин и $\bar{\sigma} = 12$ мин. Проверьте утверждение комментатора при уровне значимости $\alpha =$ а) 0,01 б) 0,05 в) 0,10 ? Найдите **p-значение**.

27. Станок-автомат производит гвозди. Длина гвоздей распределена по нормальному закону со средним значением 50 мм. Случайная выборка а) $n = 37$; б) $n = 17$ показала, что средняя длина гвоздя $\bar{x} = 51,1$ мм, а $\bar{\sigma} = 1,2$ мм. Следует ли отрегулировать станок при уровне значимости $\alpha =$ а) 0,01 б) 0,05 в) 0,10 ? Найдите **p-значение**.

28. Поставщик ламп накаливания утверждает, что средний срок службы лампы равен 2500 часов. Эксперт решил а) проверить это утверждение; б)

показать, что срок службы меньше. Для выборки из 37 ламп средний срок службы оказался равным $\bar{x} = 2315$ ч при стандартном отклонении $s = 600$ ч. Опроверяют ли эти числа утверждение поставщика при уровне значимости $\alpha =$

а) 0,01 б) 0,05 в) 0,10. Найдите *p*-значение.

29. В цехе некоторой химической компании машина-автомат разливает антифриз в канистры. Предполагается, что объем антифриза в канистре должен быть нормальной случайной величиной со средним значением 1 галлон и стандартным отклонением 0,04 галлона. Контроллер определил, что среднее значение объема антифриза в 35 случайным образом выбранных канистрах равно 0,9788 галлона и считает, что объем антифриза в канистре меньше расчетного. Стоит ли с ним соглашаться при уровне значимости 1%?

30. Предполагается, что баллы по математике полученные на вступительных экзаменах распределены по нормальному закону с $\mu = 450$ со стандартным отклонением $\sigma = 25$. Если среднее выборочное для взятых наугад 36 результатов последнего года оказалось равным 458 следует ли при уровне значимости $\alpha =$ *а) 0,02; б) 0,04; в) 0,05; г) 0,06; д) 0,08* считать, что средний балл отличен от 450?

Критические области для t-распределения Стьюдента



df\p	0.40	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0005
1	0.324920	1.000000	3.077684	6.313752	12.70620	31.82052	63.65674	636.6192
2	0.288675	0.816497	1.885618	2.919986	4.30265	6.96456	9.92484	31.5991
3	0.276671	0.764892	1.637744	2.353363	3.18245	4.54070	5.84091	12.9240
4	0.270722	0.740697	1.533206	2.131847	2.77645	3.74695	4.60409	8.6103
5	0.267181	0.726687	1.475884	2.015048	2.57058	3.36493	4.03214	6.8688
6	0.264835	0.717558	1.439756	1.943180	2.44691	3.14267	3.70743	5.9588
7	0.263167	0.711142	1.414924	1.894579	2.36462	2.99795	3.49948	5.4079
8	0.261921	0.706387	1.396815	1.859548	2.30600	2.89646	3.35539	5.0413
9	0.260955	0.702722	1.383029	1.833113	2.26216	2.82144	3.24984	4.7809
10	0.260185	0.699812	1.372184	1.812461	2.22814	2.76377	3.16927	4.5869
11	0.259556	0.697445	1.363430	1.795885	2.20099	2.71808	3.10581	4.4370
12	0.259033	0.695483	1.356217	1.782288	2.17881	2.68100	3.05454	4.3178
13	0.258591	0.693829	1.350171	1.770933	2.16037	2.65031	3.01228	4.2208
14	0.258213	0.692417	1.345030	1.761310	2.14479	2.62449	2.97684	4.1405
15	0.257885	0.691197	1.340606	1.753050	2.13145	2.60248	2.94671	4.0728
16	0.257599	0.690132	1.336757	1.745884	2.11991	2.58349	2.92078	4.0150
17	0.257347	0.689195	1.333379	1.739607	2.10982	2.56693	2.89823	3.9651
18	0.257123	0.688364	1.330391	1.734064	2.10092	2.55238	2.87844	3.9216
19	0.256923	0.687621	1.327728	1.729133	2.09302	2.53948	2.86093	3.8834
20	0.256743	0.686954	1.325341	1.724718	2.08596	2.52798	2.84534	3.8495
21	0.256580	0.686352	1.323188	1.720743	2.07961	2.51765	2.83136	3.8193
22	0.256432	0.685805	1.321237	1.717144	2.07387	2.50832	2.81876	3.7921
23	0.256297	0.685306	1.319460	1.713872	2.06866	2.49987	2.80734	3.7676
24	0.256173	0.684850	1.317836	1.710882	2.06390	2.49216	2.79694	3.7454
25	0.256060	0.684430	1.316345	1.708141	2.05954	2.48511	2.78744	3.7251
26	0.255955	0.684043	1.314972	1.705618	2.05553	2.47863	2.77871	3.7066
27	0.255858	0.683685	1.313703	1.703288	2.05183	2.47266	2.77068	3.6896
28	0.255768	0.683353	1.312527	1.701131	2.04841	2.46714	2.76326	3.6739
29	0.255684	0.683044	1.311434	1.699127	2.04523	2.46202	2.75639	3.6594
30	0.255605	0.682756	1.310415	1.697261	2.04227	2.45726	2.75000	3.6460
∞	0.253347	0.674490	1.281552	1.644854	1.95996	2.32635	2.57583	3.2905

§ 26. Парные выборки

1. Предлагается курс занятий по скоростному чтению и восприятию прочитанного материала. Чтобы оценить эффективность этого курса, проводится тестирование 10, случайно взятых, слушателей. Число баллов, набранных этими людьми до и после курса, приведены ниже:

До	100	110	140	167	200	118	127	95	112	111
После	136	160	120	169	200	140	163	105	138	129

Определите 90% доверительный интервал для оценки средней разности количества набираемых баллов. С уровнем значимости 0,05, проверьте утверждение, что эффективность повысилась более чем на 5 баллов?

2. На птицефабрике проводился эксперимент по выяснению вопроса, – влияет ли музыка на продуктивность куриц (станут ли они больше нести яйца)? Сорок девять куриц были взяты наугад и были определены число яиц (x), которые каждая снесла за три месяца до эксперимента. Было подсчитано число яиц (y), которые снесла каждая курица за три месяца эксперимента, прослушивая музыку. Если $d_i = x_i - y_i$ ($i = 1, 2, \dots, 49$), $\bar{d} = -1,3$, $s_d = 4,5$, то можно ли сделать утверждение с уровнем значимости 0,01; 0,02; ... 0,10, что прослушивание музыки курицами статистически значительно увеличивает их продуктивность?

3. Предлагается курс занятий по скоростному чтению и восприятию прочитанного материала. Чтобы оценить эффективность этого курса, проводится тестирование 10, случайно взятых, слушателей. Число баллов, набранных этими людьми до и после курса, приведены ниже:

До	100	110	135	167	200	118	127	95	112	116
После	136	160	124	169	200	140	163	101	138	129

Определите 95% доверительный интервал для оценки средней разности количества набираемых баллов и узнайте – изменилась ли эффективность?

4. Две различные фирмы разрабатывают собственные IQ тесты. Некий психолог с помощью них тестирует 12 случайно выбранных студентов.

Результаты представлены ниже.

<i>студент</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<i>Тест 1</i>	98	94	111	102	108	105	92	88	100	99	100	90
<i>Тест 2</i>	105	103	113	98	112	109	97	95	107	103	99	94

а) Найдите 95% доверительный интервал для μ_d – среднего значения генеральной разности баллов, полученных с использованием теста 1 и теста 2;

б) с помощью p -значения протестируйте утверждение, о том, что результаты 2-го теста превосходят результаты 1-го больше чем на 2 единицы.

5. Чтобы оценить эффективность программы по обучению скоростному чтению, были взяты наугад 50 человек и определены, сколько слов в минуту они успевают прочесть до и после прохождения программы. В результате были получены следующие данные: $\sum d = 2000$, $\sum d^2 = 83540$. Найти 95%

доверительный интервал для μ_d – среднего значения генеральной разности баллов до и после прохождения программы.

6. Некоторая доза нового лекарства, предназначенного для понижения систолического давления в крови, дана 10, случайно взятым, пациентам, у которых перед приемом и после приема лекарства замерыли давление.

Результаты получились следующими:

До приема	120	136	160	98	115	110	180	190	138	128
После	118	122	143	105	98	98	180	175	105	112

С уровнем значимости 0,05, проверьте утверждение, что прием лекарства уменьшил систолическое давление в крови на 2 единицы.

7. Для понижения давления в крови была разработана специальная диета. Сорок добровольцев приняли участие в программе с применением этой диеты. Давление в крови у каждого добровольца было измерено до, и после выполнения программы. Были получены следующие данные:

$\sum d = 740$, $\sum d^2 = 14900$. Найти 90% доверительный интервал для μ_d – среднего значения генеральной разности значений давления до и после программы.

8. Физическая подготовка 9 спортсменов была проверена при поступлении в спортивную школу, а затем после недели тренировок. Итоги проверок в баллах оказались следующими (в первой строке указано число баллов полученных спортсменом до поступления в школу; во второй – после недели тренировок):

X	76	71	57	49	70	69	26	65	59
Y	81	85	52	52	70	63	33	83	62

Найдите 95% доверительный интервал для μ_d – среднего значения генеральной разности баллов до и после поступления в школу.

9. Пять машинисток были взяты наугад среди машинисток большой страховой компании. Для каждой машинистки были определены скорость печатания (слов в минуту): в первый раз при печатании на электрической машинке, а затем на обычной печатающей машинке. Результаты приведены ниже:

<i>Машинистка</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
<i>Электрическая машинка</i>	82	77	79	68	84
<i>Обычная машинка</i>	73	69	75	62	71

Подтверждают ли эти данные при уровне значимости 0,1 утверждение, о том, что скорость печатания машинисток на электрических машинках больше, чем на обычных?

10. Проводится эксперимент с лабораторными крысами для выяснения вопроса, – влияет ли цвет освещения на прожорливость крыс? Для эксперимента отобрали 36 крыс. Для каждой крысы было определено количество (в граммах) съеденной пищи (X) за две недели жизни под непрерывным освещением белым цветом. Затем для каждой крысы было определено количество (в граммах) съеденной пищи (Y) за две недели

жизни под непрерывным освещением голубым цветом. Если $d = X - Y$, $\bar{d} = 2,3$ и $s_d = 5,4$, то найдите 99% доверительный интервал для μ_d . Прокомментируйте ответ.

§ 27. Сравнение двух генеральных средних на основе двух независимых выборок большого объема

Для того чтобы сравнить статистические данные двух популяций в некоторых ситуациях используются парные выборки. К примеру, для того чтобы оценить влияние семейной жизни на вес мужчин, можно сделать случайную выборку из женихов, взвесить их перед свадьбой и через год после свадьбы. Подсчитав среднее значение и стандартное отклонение чисел, показывающих разницу в весе до и после можно построить доверительный интервал и проверять гипотезы – это подход, основанный на парных выборках.

Если же взять выборку из женихов и выборку из мужчин женатых 1 год, при этом размеры этих выборок могут не совпадать, подсчитать средние значения и стандартные отклонения для этих выборок и затем протестировать разность средних выборочных значений, то будет использован более общий подход, использующий две независимые выборки. Об этом подходе будет говориться в этом разделе.

Если X_1 выборки размера n_1 ($n_1 > 30$) из популяции со средним значением μ_1 и стандартным отклонением σ_1 , X_2 выборки размера n_2 ($n_2 > 30$) из популяции со средним значением μ_2 и стандартным отклонением σ_2 , то случайная величина $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$ является нормально распределенной, со средним значением $\mu_1 - \mu_2$ и дисперсией $\sigma_1^2 / n_1 + \sigma_2^2 / n_2$.

Поэтому, для проверки двусторонней гипотезы при уровне значимости α достаточно построить доверительный интервал

$$\left((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}; (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \right).$$

Если проверяемое значение $\mu_1 - \mu_2$ лежит вне этого интервала, то основная гипотеза отвергается, в противном случае нет оснований отвергать H_0 .

В случаях, когда нужно проверить одностороннюю гипотезу вместо $\alpha/2$ берут α .

Если значения σ_1 и σ_2 являются неизвестными, то вместо них

берутся s_1 и s_2 , соответственно. (Напоминаем, что $n\bar{\sigma}^2 = (n-1)s^2$.)

Для того чтобы определить минимальные объемы выборок, которые нужны для получения доверительного интервала с величиной ошибки E , необходимо найти минимум функции двух переменных $n = n_1 + n_2$

при условии $z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}} = E$.

Решение этой задачи: $n_1 = \frac{z_{\alpha/2}^2 s_1 (s_1 + s_2)}{E^2}$ и $n_2 = \frac{z_{\alpha/2}^2 s_2 (s_1 + s_2)}{E^2}$.

1. Постройте 90% доверительный интервал для разности генеральных средних $\mu_1 - \mu_2$ и с уровнем значимости 0,05 проверьте утверждение, о том что $\mu_1 < \mu_2$, если две независимые выборки, взятые у нормально распределенных генеральных совокупностей, дали следующие результаты:

Brand 1	Brand 2
$n_1 = 35$	$n_2 = 40$
$\bar{x}_1 = 503$	$\bar{x}_2 = 525$
$s_1 = 14$	$s_2 = 18$

2. В условиях задачи 1 определите минимальные объемы выборок n_1 и n_2 , обеспечивающие 95% доверительный интервал с той же величиной ошибки, что и в задаче 1.

3. Аналитики индустрии мод хотят доказать, что модели, демонстрирующие одежду от Liz Claiborne, зарабатывают больше чем модели, демонстрирующие одежду от Calvin Klein. Для определенного периода времени случайная выборка из 40 моделей Liz Claiborne выявила средний заработок $\bar{x} = \$4238$ со стандартным отклонением $s = \$1002,50$. Для того же периода времени независимая случайная выборка из 31 моделей Calvin Klein дала следующие результаты: $\bar{x} = 3888,72$ и $s = \$876,05$. Поведите проверку гипотез с уровнем значимости 0,05. Какова величина Р-значения?

4. Постройте 95% доверительный интервал для разности генеральных средних расхода бензина двух моделей машин, если следующие результаты были получены на основе независимых выборок:

автомобиль А $\{ n_A = 50, \bar{X}_A = 23 \text{ mpg}, s_A^2 = 2 \};$

автомобиль В $\{ n_B = 50, \bar{X}_B = 22.5 \text{ mpg}, s_B^2 = 2.5 \}.$

Определите минимальные объемы выборок n_1 и n_2 , обеспечивающие 99% доверительный интервал с той же величиной ошибки, что и в 95%-ном, построенном в этой задаче.

5. В условиях предыдущей задачи проведите проверку гипотезы о равенстве средних расходов бензина для этих двух моделей машин с уровнем значимости 0,10.

6. С уровнем значимости 0,05 проверьте утверждение, что $\mu_1 - \mu_2 = 4$, если две независимые выборки, взятые у нормально распределенных генеральных совокупностей, дали следующие результаты:

Контроль ная группа	Эксперимен тальная группа
$n_1 = 36$	$n_2 = 31$
$\bar{x}_1 = 104$	$\bar{x}_2 = 97$
$s_1 = 8.6$	$s_2 = 4.2$

7. В условиях предыдущей задачи постройте 90% доверительный интервал для разности генеральных средних $\mu_1 - \mu_2$.

§ 28. Оценка величины доли

Если при n испытаниях Бернулли ($n > 30$) положительный исход имел место x раз, то выборочная доля $\hat{p} = x/n$ (точечная оценка) позволяет с вероятностью $(1-\alpha)$ оценить долю успехов p во всех таких испытаниях с помощью доверительного интервала: $(\hat{p} - \hat{E}; \hat{p} + \hat{E})$, где $\hat{E} = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$, $z_{\alpha/2}$ - точка, отсекающая правый «хвостик» площадью $\alpha/2$ от фигуры, ограничиваемой стандартной нормальной кривой.

Проверка гипотез осуществляется на основе неравенства $|\hat{p} - p| < E$, где E равно $z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ и $z_{\alpha} \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$ для двухсторонней и односторонней гипотезы, соответственно. Предполагается, что n меньше 5% общего числа испытаний.

1. Некоторая большая фирма хочет узнать долю своих работников, которые пожелали бы пройти обучение по некоторой программе. В случайной выборке из 70 работников фирмы 39 пожелали обучаться по предложенной программе. Найдите 90% доверительный интервал для генеральной доли всех работников фирмы, которые пожелали бы пройти обучение по предложенной программе.

2. Используя данные предыдущей задачи, найдите минимальный объем выборки, необходимый для нахождения 95% доверительного интервала для оценки генеральной доли с максимальной погрешностью 4%. Рассмотрите два случая: а) с использованием значения \hat{p} из предыдущей задачи; б) без использования предварительной информации о \hat{p} .

3. Тридцать пять покупателей мужчин были опрошены о том, какую марку электробритвы они предпочли бы купить – марки 1 или марки 2. Двадцать из них предпочли марку 1, остальные – марку 2. а) с уровнем значимости 0,05 проверьте утверждение, что марку 1 предпочитают большее

количество мужчин покупателей по сравнению с маркой 2. б) найдите 95 % доверительный интервал для генеральной доли мужчин покупателей, которые отдадут предпочтение марке 1 по сравнению с маркой 2

4. Из 91 опрошенного человека 53 сказали, что основным источником новостей для них является телевидение. Можно ли с уровнем значимости 0,05 утверждать, что генеральная доля людей, основным источником новостей, для которых является телевидение, меньше 0,65?

5. Из 1500 опрошенных человек 68% указали, что они слушают свою любимую радиостанцию в основном из-за музыки. Постройте 98% доверительный интервал для генеральной доли тех людей, которые слушают свою любимую радиостанцию в основном из-за музыки.

6. Проводится опрос населения для определения доли людей склонных голосовать за кандидата от Республиканской партии. Если мы хотим построить 99% доверительный интервал для оценки генеральной доли населения, склонных голосовать за кандидата от Республиканской партии, и при этом обеспечить максимальную погрешность, не превышающую 2%, то каким должен быть объем выборки?

7. Из $n = 1000$ случайно отобранных деталей оказалось $x = 60$ нестандартных. Определить вероятность того, что интервал $(0,05; 0,07)$ накрывает неизвестную вероятность p (генеральную долю бракованных деталей) появления нестандартной детали. Предполагается, что объем партии деталей, из которой производится выборка много больше 1000 (для выполнения условий испытаний Бернулли).

8. Один из журналов опубликовал результаты своего опроса, в которых утверждается, что 39% американских мужей не знают какого цвета глаза у их жен. Для проверки этого утверждения были опрошены 264 мужей и 111 из них не смогли указать цвет глаз своих жен. С уровнем значимости 0,05 можно ли опровергнуть значение 0,39, указанного журналом?

9. В условиях предыдущей задачи найдите 90% доверительный интервал для генеральной доли мужей, не знающих цвета глаз своих жен.

10. Мы хотим оценить с максимальной погрешностью 0,03 генеральную долю семей, смотрящих по телевизору бразильский телесериал, путем нахождения для этой доли 95% доверительного интервала. Сколько семей мы должны для этого опросить?

11. В студенческой газете университета сообщается, что доверительным интервалом для генеральной доли студентов, состоящих в студенческом обществе $\Sigma\Psi$, является интервал $(0,22; 0,44)$, построенный путем опроса 100 студентов. Какой уровень значимости α был использован для нахождения этого интервала?

12. Партия изделий принимается, если вероятность p того, что изделие окажется бракованным, не превысит 0,02. Среди случайно отобранных 480 изделий оказалось 12 дефектных. Можно ли принять партию при уровне значимости 0,05?

13. В условиях предыдущей задачи найдите 95% доверительный интервал для оценки неизвестной вероятности p .

14. Производитель телевизоров хочет оценить процент семей, имеющих только черно-белые телевизоры. Основываясь на предыдущем обследовании, есть основания полагать, что доля семей с черно-белыми телевизорами составляет около 10%. Сколько семей, имеющих телевизоры, надо опросить, чтобы найти 90% доверительный интервал для оценки генеральной доли семей, имеющих только черно-белые телевизоры, с максимальной погрешностью 0,02?

15. Компания по страхованию автомобилей получила сообщение от статистика, что среди всех автомобилей, попавших в аварию в прошедшем году, генеральная доля автомобилей с откидным верхом составляет величину p , 95% доверительным интервалом для которой служит интервал $(0,1; 0,36)$.

а) Чему равна точечная оценка величины p ? б) какова максимальная погрешность в оценке p ? в) каков, приблизительно, объем выборки, который использовал статистик?

16. Событие A в серии из $n = 100$ испытаний Бернулли произошло $x = 78$ раз. Найти 90% доверительный интервал для вероятности p события A .

17. В журнальной статье утверждается, что акупунктурное лечение приносит облегчение более 50% пациентов с болями в спине. Национальная ассоциация терапевтов склонна считать эту оценку завышенной. Можно ли журнальное утверждение опровергнуть при уровне значимости 0,05, если акупунктурное лечение принесло облегчение 105 из 225 пациентов, страдающих из-за болей в спине?

18. В газетной статье указывается, что для оценки уровня безработицы были опрошены 47000 человек. Если известно, что максимальная погрешность в оценке уровня безработицы не превышает 0,002 (0,2%) и точечная оценка уровня безработицы равна 8%, то какова доверительная вероятность (confidence level) $(1 - \alpha)100\%$ доверительного интервала, используемого для оценки уровня безработицы?

§ 29. Оценка дисперсии и стандартного отклонения нормально распределенной популяции

Говорят, что главврач одной из инфекционных больниц в своем отчете указал, что средняя температура пациентов больницы $36,6^0$. Комиссия из вышестоящей организации, в которой не обратили внимания на слово средняя, и прибывшая для того чтобы выяснить, зачем держать в больнице здоровых людей, установила, что указанная температура получилась в результате уравнивания повышенной температуры основной массы больных низкой температурой тех, кто в морге.

Эта история показывает, что наряду со средним значением, не менее важной является величина дисперсии и, соответственно, стандартного отклонения.

Для проверки гипотез о значении σ^2 при уровне значимости α достаточно построить доверительный интервал

$$\left(\frac{SS}{\chi^2_{\alpha/2, n-1}}; \frac{SS}{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}} \right), \text{ где } SS = \sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - (\sum x)^2 / n =$$

$$s^2(n-1) = \bar{\sigma}^2 \cdot n ;$$

значение коэффициентов χ^2 – квадрат берутся из соответствующей таблицы.

Если проверяемое значение дисперсии σ^2 лежит вне этого интервала, то основная гипотеза $\sigma^2 = \sigma_0^2$ отвергается, в противном случае нет оснований отвергать H_0 .

Если же нужно проверить одностороннюю гипотезу вместо $\alpha/2$ берут α ; если нужно проверять гипотезы для σ , то границами доверительного интервала служат значения квадратного корня границ указанных выше.

1. Банк проводит эксперимент, когда клиенты стоят в одной очереди к нескольким окошкам (ранее каждое окошко имело свою очередь, хотя в каждом окошке совершаются одинаковые банковские операции). Были определены время ожидания 30 случайно отобранных клиентов. Время ожидания этих клиентов имело стандартное отклонение $\bar{\sigma} = 3,8$ минут. Постройте 95% доверительный интервал для истинного значения σ^2 . Предполагается, что время ожидания распределено по нормальному закону.

2. С уровнем значимости 0,05 провести проверку гипотез для стандартного отклонения нормально распределенной генеральной совокупности, пользуясь следующей информацией: $H_0: \sigma \geq 25,6$; $H_1: \sigma < 25,6$; $\sum (x - \bar{x})^2 = 6100$, $n = 18$.

3. Разливочная машина должна наполнять бутылки лекарством таким образом, чтобы стандартное отклонение веса налитого лекарства было равно 0,15 унций. Из бутылок с лекарством, наполненных новой машиной случайным образом взяли 71. Выборочное стандартное отклонение $\bar{\sigma}$ оказалось равным 0,12 унций. С уровнем значимости 0,05 проверьте утверждение, что стандартное отклонение у новой машины меньше расчетного.

4. Содержание кофеина (в мг) в дюжине банок с прохладительным напитком дала результаты

34,2	33,7	31,9	34,0	31,6	32,7	33,1	35,2	31,6	33,0	33,0	32,0
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Найдите 95% доверительный интервал для дисперсии содержания кофеина в банках.

5. Стандартное отклонение ежесуточного дохода 15 случайно выбранных киосков некоторой фирмы равно $s = \$10$. Найдите 90% доверительный интервал для оценки стандартного отклонения σ для всех киосков этой фирмы.

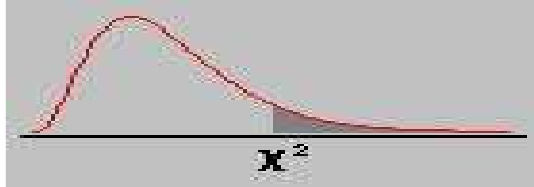
6. Данные, полученные национальным центром здоровья, говорят, что рост мужчин в возрасте от 25 до 34 лет имеет стандартное отклонение 2,6

дюйма. Проверьте с уровнем значимости 0,05 утверждение, что рост мужчин в возрасте от 45 до 54 лет имеет стандартное отклонение меньше, чем 2,6 дюйма.

Рост 12 случайно взятых мужчин этой категории:

69,8	71,2	65,8	66,4	69,6	70,4	70,0	71,4	67,7	68,1	72,1	71,5
------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------	------

Критические области для хи-квадрат распределения



df\area	.995	.990	.975	.950	.900
1	0.00004	0.00016	0.00098	0.00393	0.01579
2	0.01003	0.02010	0.05064	0.10259	0.21072
3	0.07172	0.11483	0.21580	0.35185	0.58437
4	0.20699	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362
5	0.41174	0.55430	0.83121	1.14548	1.61031
6	0.67573	0.87209	1.23734	1.63538	2.20413
7	0.98926	1.23904	1.68987	2.16735	2.83311
8	1.34441	1.64650	2.17973	2.73264	3.48954
9	1.73493	2.08790	2.70039	3.32511	4.16816
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518
11	2.60322	3.05348	3.81575	4.57481	5.57778
12	3.07382	3.57057	4.40379	5.22603	6.30380
13	3.56503	4.10692	5.00875	5.89186	7.04150
14	4.07467	4.66043	5.62873	6.57063	7.78953
15	4.60092	5.22935	6.26214	7.26094	8.54676
16	5.14221	5.81221	6.90766	7.96165	9.31224
17	5.69722	6.40776	7.56419	8.67176	10.08519
18	6.26480	7.01491	8.23075	9.39046	10.86494
19	6.84397	7.63273	8.90652	10.11701	11.65091
20	7.43384	8.26040	9.59078	10.85081	12.44261
21	8.03365	8.89720	10.28290	11.59131	13.23960
22	8.64272	9.54249	10.98232	12.33801	14.04149
23	9.26042	10.19572	11.68855	13.09051	14.84796
24	9.88623	10.85636	12.40115	13.84843	15.65868

25	10.51965	11.52398	13.11972	14.61141	16.47341
26	11.16024	12.19815	13.84390	15.37916	17.29188
27	11.80759	12.87850	14.57338	16.15140	18.11390
28	12.46134	13.56471	15.30786	16.92788	18.93924
29	13.12115	14.25645	16.04707	17.70837	19.76774
30	13.78672	14.95346	16.79077	18.49266	20.59923

df\area	.100	.050	.025	.010	.005
1	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.59663
3	6.25139	7.81473	9.34840	11.34487	12.83816
4	7.77944	9.48773	11.14329	13.27670	14.86026
5	9.23636	11.07050	12.83250	15.08627	16.74960
6	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189	18.54758
7	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531	20.27774
8	13.36157	15.50731	17.53455	20.09024	21.95495
9	14.68366	16.91898	19.02277	21.66599	23.58935
10	15.98718	18.30704	20.48318	23.20925	25.18818
11	17.27501	19.67514	21.92005	24.72497	26.75685
12	18.54935	21.02607	23.33666	26.21697	28.29952
13	19.81193	22.36203	24.73560	27.68825	29.81947
14	21.06414	23.68479	26.11895	29.14124	31.31935
15	22.30713	24.99579	27.48839	30.57791	32.80132
16	23.54183	26.29623	28.84535	31.99993	34.26719
17	24.76904	27.58711	30.19101	33.40866	35.71847
18	25.98942	28.86930	31.52638	34.80531	37.15645
19	27.20357	30.14353	32.85233	36.19087	38.58226
20	28.41198	31.41043	34.16961	37.56623	39.99685
21	29.61509	32.67057	35.47888	38.93217	41.40106
22	30.81328	33.92444	36.78071	40.28936	42.79565
23	32.00690	35.17246	38.07563	41.63840	44.18128
24	33.19624	36.41503	39.36408	42.97982	45.55851
25	34.38159	37.65248	40.64647	44.31410	46.92789
26	35.56317	38.88514	41.92317	45.64168	48.28988

27	36.74122	40.11327	43.19451	46.96294	49.64492
28	37.91592	41.33714	44.46079	48.27824	50.99338
29	39.08747	42.55697	45.72229	49.58788	52.33562
30	40.25602	43.77297	46.97924	50.89218	53.67196

§ 30. Линейная регрессия

Двум наборам данных $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ и $\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ объема n , сопоставляются числа

$$SS_X = \sum (x - \bar{x})^2 = \sum x^2 - (\sum x)^2 / n;$$

$$SS_Y = \sum (y - \bar{y})^2 = \sum y^2 - (\sum y)^2 / n;$$

$$SS_{XY} = \sum (x - \bar{x})(y - \bar{y}) = \sum xy - (\sum x)(\sum y) / n;$$

$$SSE = \sum (y - \hat{y})^2 = SS_Y - \frac{(SS_{XY})^2}{SS_X}.$$

В этих обозначениях, коэффициент линейной корреляции $r = \frac{SS_{XY}}{\sqrt{SS_X} \sqrt{SS_Y}}$ - число, выражающее наличие линейной связи между наборами X и Y .

Наличие или отсутствие линейной связи между наборами данных X и Y определяется статистикой $t = \frac{r}{\sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}}$ при степенях свободы $n - 2$.

Другими словами, если точка 0 лежит внутри доверительного интервала $\left(r - t \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}}; r + t \sqrt{\frac{1-r^2}{n-2}} \right)$, то говорят об отсутствии линейной связи, если же точка 0 не лежит внутри доверительного интервала, то линейная связь имеет место.

Выборочное уравнение линейной регрессии имеет вид $y = b_1x + b_0$,

где $b_1 = \frac{SS_{XY}}{SS_X}$, $b_0 = \bar{y} - b_1\bar{x}$. Оно рассматривается как приближенный

вариант уравнения $y = \beta_1x + \beta_0$, описывающего линейную зависимость для всей генеральной совокупности.

Для того чтобы проверить гипотезу об отличии углового коэффициента генеральной совокупности β_1 от 0 , нужно использовать t -статистику

$$t = \frac{b_1 \sqrt{SS_X}}{\sqrt{SSE / (n - 2)}},$$

то есть угловой коэффициент β_1 отличен от нуля, если точка 0 лежит вне доверительного интервала $\left(b_1 - t \cdot \frac{\sqrt{SSE / (n - 2)}}{\sqrt{SS_X}}; b_1 + t \cdot \frac{\sqrt{SSE / (n - 2)}}{\sqrt{SS_X}} \right)$.

Коэффициент детерминации r^2 показывает, какая часть изменения величины y объясняется линейным соотношением $y = b_1x + b_0$.

1. Некоторая компания по производству электрических вентиляторов провела эксперимент по продаже своего наиболее популярного потолочного вентилятора по различным ценам (в долларах) в течение одной недели в 8

разных городах (примерно одинаковых по количеству населения, климату...) для изучения спроса. Эксперимент дал следующие результаты:

Город	1	2	3	4	5	6	7	8
X: цена	175	160	145	129	115	99	110	89
Y: количество проданных вентиляторов	13	15	18	18	20	24	20	29

Найти выборочное уравнение линейной регрессии, принимая X за независимую переменную, а Y за зависимую переменную. Найти коэффициент корреляции. Найти 95% доверительный интервал для углового коэффициента β_1 линейной регрессии. Проведите проверку гипотезы о существовании отрицательной линейной взаимосвязи между X и Y с уровнем значимости 0,05.

2. По экспериментальным точкам $(-1; -3)$, $(1; 2)$, $(3; 5)$, $(5; 8)$, $(7; 13)$: а) построить выборочное уравнение линейной регрессии; б) найти коэффициент корреляции; в) найти 95% доверительный интервал для углового коэффициента β_1 линейной регрессии.

3. По экспериментальным точкам $(-3; 0)$, $(-1; 5)$, $(1; 7)$, $(2; 12)$, $(4; 14)$: а) построить выборочное уравнение линейной регрессии; б) найти коэффициент детерминации; в) найти 95% доверительный интервал для углового коэффициента β_1 линейной регрессии.

4. В соответствии с отчетом, опубликованным комитетом по энергетике, надлежащая теплоизоляция стен домов может увеличить сбережение тепла от 20% до 30%. Было проведено исследование для изучения линейной взаимосвязи между толщиной теплоизоляции на стенах (измеряемой в дюймах) и соответствующим увеличением уровня сбережения тепла (измеряемого в %). Были получены следующие пары значений $(x; y)$: $(1; 0.02)$, $(2; 0.05)$, $(3; 0.08)$, $(4; 0.14)$, $(5; 0.24)$, $(6; 0.28)$.

Для приведенных данных вычислены следующие величины: $\sum x = 21$, $\sum y = 0.81$, $\sum x \cdot y = 3.80$, $\sum x^2 = 91$, $\sum y^2 = 0.1649$. С уровнем значимости 0,01 проведите проверку гипотез: $H_0: \beta_1 \leq 0$; $H_1: \beta_1 > 0$.

5. По экспериментальным точкам $(-2; 10)$, $(1; 2)$, $(2; -2)$, $(4; -5)$, $(5; -10)$, $(7; -13)$: а) построить выборочное уравнение линейной регрессии; б) найти коэффициент корреляции; в) найти 95% доверительный интервал для углового коэффициента β_1 линейной регрессии.

6. В одно и тоже время дня и примерно на одной широте измеряется температура в 6 разных точках (расположенных на разной высоте) горного хребта. Следующие пары данных (X; Y) показывают высоту X (измеряемой в тысячах футов) и температуру Y (измеряемой в градусах Цельсия): $(1; 13)$, $(2; 12)$, $(4; 10)$; $(6; 6)$, $(8; 2)$, $(9; -4)$. Для приведенных данных вычислены следующие величины: $\sum x = 30$, $\sum y = 39$, $\sum x \cdot y = 93$, $\sum x^2 = 202$, $\sum y^2 = 469$. С уровнем значимости 0,05 проведите проверку гипотез: $H_0: \beta_1 \geq 0$; $H_1: \beta_1 < 0$.

7. По экспериментальным точкам (1; 12), (2; 8), (3; 7), (4; 3), (5, 5), (6; 2): а) построить выборочное уравнение линейной регрессии; б) найти коэффициент корреляции; в) найти 95% доверительный интервал для углового коэффициента β_1 линейной регрессии.

8. Недавние исследования показывают, что 42% американцев считают себя стеснительными людьми. Двумя психологами-экспериментаторами был разработан тест, позволяющий выявить степень стеснительности человека. Результаты теста были использованы для выявления линейной связи между степенью стеснительности человека и тем, каким по порядку ребенком он был в семье (первым, вторым, ...). Были получены следующие парные данные (x; y), в которых первая цифра указывает каким по порядку ребенком был человек в своей семье, а вторая цифра отражает его степень стеснительности:

(1; 5), (1; 10), (2; 3); (2; 12), (2; 8), (3; 5), (3; 13), (4; 8), (6; 12).

Для приведенных данных вычислены следующие величины: $\sum x = 24$, $\sum y = 76$, $\sum x \cdot y = 219$, $\sum x^2 = 84$, $\sum y^2 = 744$. С уровнем значимости 1% проведите проверку гипотез: $H_0: \beta_1 = 0$; $H_1: \beta_1 \neq 0$.

Варианты контрольных работ

Вариант 0. 2005AUSA.F

1. В группе из 10 человек 5 девушек: Айжан, Айзада, Алиса, Бегай и Инна. Если из этой группы случайным образом выбрать 4-х, то какова вероятность того, что среди выбранных будут: а) Бегай и Инна;

б) 2 девушки; в) хотя бы одна девушка?

2. Имеются 2 неисправные электрические лампочки и семь исправных. Эти лампочки испытывают одну за другой до тех пор, пока не будут обнаружены все неисправные лампочки. Для испытания одной лампочки нужно 20 секунд. Какова вероятность того, что Чингиз успеет обнаружить все неисправные лампочки, если через минуту он должен бежать на свидание? Напишите таблицу распределения числа неисправных лампочек обнаруженных за минуту. Подсчитайте математическое ожидание и стандартное отклонение числа неисправных лампочек обнаруженных за минуту.

3. Султан поручает новому слуге передать поручение одной из 3-х жен. Если, это поручение попадет к Ольге, то оно будет выполнено с вероятностью 0,6, если к Салкын, то с вероятностью 0,7, и с вероятностью 0,3, если к Ларисе. Какова вероятность того, что поручение будет выполнено? Если поручение выполнено, то какова вероятность того, что оно попало к Ларисе?

4. Известно, что 2% произведенных и проданных калькуляторов имеют дефекты и их должны производители заменить по гарантии. Фирма закупила

150 калькуляторов. Какова вероятность того, что нужно будет заменить менее 3-х калькуляторов?

4а. Известно, что 2% произведенных и проданных калькуляторов имеют дефекты и их должны производители заменить по гарантии. Фирма закупила 1500 калькуляторов. Какова вероятность того, что нужно будет заменить менее 33-х калькуляторов?

5. Вероятность получения крупного заказа в этом квартале 0,5, финансовых потерь 0,4.

Найдите вероятность получения заказа или потери денег, считая, что эти события:

а) несовместны; б) независимы; в) могут иметь место одновременно с вероятностью 0,3.

6. Вероятность того, что случайным образом выбранный из картотеки жених будет умным 0,6, красивым 0,7, и красивым и умным 0,4. Какова вероятность того, что жених будет красивым, если известно, что он умный?

7. Вложив деньги в новую компанию можно получить доход определяемый таблицей

Доходность, %	60	20	0	-40
Вероятность	0,2	0,4	0,25	0,15

Найдите: а) ожидаемую доходность; б) стандартное отклонение (риск).

8. Вес овцы из отары Мирбека есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со стандартным отклонением 2 кг. Зная, что 5% овец имеют вес, меньше чем 36,71 кг, определите: а) сколько процентов овец имеют вес больше 41,5 кг; б) вероятность того, что две, из 4-х случайным образом выбранных овец, будут иметь вес от 41 до 42 кг.

8а. В условиях задачи 8 найдите вероятность того, что средний вес 20, случайным образом выбранных овец будет меньше 41 кг. Известно, что в отаре а) 200; б) 1000 овец.

9. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 60% контейнеров имеют вес нетто выше 4,9 тонн, а у 55% контейнеров вес нетто меньше 5,2 тонны. Найдите среднее значение и стандартное отклонение веса нетто контейнеров.

10. Найти минимальный объем выборки, при котором с 92,5% уверенностью можно было бы утверждать, что максимальная погрешность оценки среднего значения μ нормально распределенного признака X генеральной совокупности по выборочной средней \bar{x} не превысит 0,1, если известно, что количественный признак меняется в основном от 21,5 до 27,5.

11. Исходя из статистических данных предыдущих конкурсов, Темир считает, что средний вес женщин участвующих в конкурсе на звание **Миссис Мумба-Юмба 2005** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со стандартным отклонением 10 кг. Из какого уровня доверия он исходил, если, используя выборку объемом 49, он построил доверительный интервал (87,2; 92,8)?

12. Менеджер магазина хочет оценить среднюю дневную выручку. Для этого, из нормально распределенной большой популяции, взята случайная выборка с данными о выручке за 33 дня (в тыс. сомов): 15 дней по 160; 2 дня по 145; 3 дня по 170; 8 дней по 157; 5 дней по 164,8. а) Постройте 96% доверительный интервал для оценки средней дневной выручки.

б) Определите p -значение для проверки утверждения, что выручка равна 162.

в) Постройте 95% доверительный интервал для оценки дисперсии дневной выручки.

13. Некоторая доза нового лекарства, предназначенного для понижения систолического давления в крови, дана 8, случайно взятым, пациентам, у которых перед приемом и после приема лекарства замеры давления.

Результаты получились следующими:

До приема	20	36	60	8	15	10	80	90
После	18	22	43	05	8	8	80	75

а) Постройте 95% доверительный интервал для оценки средней разности давления до и после приема лекарства. б) С уровнем значимости 0,05 проверьте утверждение, что прием лекарства уменьшил систолическое давление в крови больше, чем на 3 единицы.

14. Из 150 опрошенных человек 80 указали, что они слушают свою любимую радиостанцию в основном из-за музыки. а) Постройте 98% доверительный интервал для генеральной доли тех людей, которые слушают свою любимую радиостанцию в основном из-за музыки.

б) Определите p -значение для проверки утверждения, что число слушающих радиостанцию в основном из-за музыки превосходит число остальных радиослушателей.

15. Проводится опрос населения для определения доли людей собирающихся голосовать за кандидата от партии любителей плова. Если мы хотим построить 95% доверительный интервал для оценки генеральной доли населения, собирающихся голосовать за кандидата от партии любителей плова, и при этом обеспечить максимальную погрешность, не превышающую 2%, то каким должен быть объем выборки? Если из данных прошлых опросов мы знаем, что эта доля равна 0,2, то каким будет ответ в этом случае?

16. Для того чтобы оценить влияние семейной жизни на вес мужчин, из нормально распределенных популяций женихов и мужчин, женатых 1 год, сделаны случайные выборки.

При этом получены данные:

2 женихов весят по 60 кг; 7 – по 70 кг; 8 – по 67 кг; 4 – по 68 кг и 11 – по 66 кг;

3 мужчин, женатых 1 год весят по 65 кг; 7 – по 67 кг; 18 – по 72 кг; 1 – 84 кг и 11 – по 76 кг.

С уровнем значимости 0,05 проверьте утверждение, о том, что средний вес женихов меньше среднего веса мужчин, женатых 1 год на 3 кг.

Постройте 95% доверительный интервал для разности генеральных средних $\mu_1 - \mu_2$.

При каких минимальных объемах выборок n_1 и n_2 , интервал, построенный в предыдущем пункте, обеспечит 99% -ное доверие.

17. Изучается связь между числом лесных пожаров в некотором лесном массиве и количеством осадков, выпадающих в этой местности в определенный период времени года. Для этого были получены ряд пар значений $(X; Y)$, где X – количество выпадающих осадков (в дюймах), Y – количество лесных пожаров: (65; 23), (83; 12), (70; 21), (48; 30), (89; 10), (70; 18), (80; 10), (55; 25).

Для приведенных выше данных вычислены следующие величины: $\sum x = 560$, $\sum y = 149$, $\sum x \cdot y = 9726$, $\sum x^2 = 40564$, $\sum y^2 = 3163$. С уровнем значимости 0,05 проверьте гипотезы: $H_0: \beta_1 \geq 0$; $H_1: \beta_1 < 0$.

Вариант 1 2005 АУСА

1. Экзамен по предмету «Как правильно сморкаться» сдают физики, лирики и ботаники. При этом количество лириков в 6 раз больше чем количество физиков, а количество ботаников равно количеству физиков. Если вероятность получить А для физика равна 90%, для лирика -94%, для ботаника - 95%, то чему равна вероятность получить А для студента случайным образом выбранного из общего списка?

2. Всхожесть семян данного сорта растений оценивается с вероятностью 0,85. Какова вероятность того, что из пяти посеянных семян взойдут не менее четырех?

3. На факультете 20 брюнетов, 15 блондинов, 10 шатенов и 5 рыжих. Определите дисперсию числа рыжих в случайным образом составленной группе из 2 человек.

4. Завод отправил на базу 300 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения каждого изделия в пути равна 0,01. Какова вероятность того, что по прибытию на базу число поврежденных изделий будет более 2?

5. Предположим, что содержание никотина в сигарете есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением $\mu = 1$ мг и стандартным отклонением $\sigma = 0,02$ мг. Найти вероятность того, что только в 2-х из 3-х случайно взятых сигаретах содержание никотина будет меньше 0,99 мг.

6. Некоторая производственная фирма заключила контракт на производство шарикоподшипников. Анализ продукции показал, что диаметр производимых шариков есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 28,1 мм и стандартным отклонением 0,2 мм. Если 7% шариков с наибольшими диаметрами (их диаметры больше некоторого значения) и 13% шариков с наименьшими

диаметрами (их диаметры меньше некоторого значения) идут в брак, то каков верхний предел допустимых диаметров?

7. Игральную кость бросают 500 раз. Какова вероятность того, что одно очко при этом выпадет не менее 76 раз, но не более 82 раз?

8. Две различные фирмы разрабатывают собственные IQ тесты. Некий психолог с помощью них тестирует 8 случайно выбранных студентов.

Результаты представлены ниже.

студент <i>m</i>	1	2	3	4	5	6	7	8
Тест 1	98	94	111	102	108	105	92	88
Тест 2	105	95	113	98	112	109	97	95

с помощью p -значения протестируйте утверждение, о том, что результаты 2-го теста превосходят результаты 1-го больше чем на 2 единицы.

9. Из 120 опрошенных студентов 15% указали, что они пришли в ВУЗ, потому что им хотелось «потусоваться» в хорошей компании. Постройте 95% доверительный интервал для генеральной доли тех студентов, которые пришли в ВУЗ по указанной причине.

10. Произведено семь независимых измерений толщины покрытия. Получены следующие результаты: 215; 211; 214; 216; 217; 213; 219. Оценить дисперсию толщины покрытия с помощью доверительного интервала с вероятностью 0,99.

11. В компании «Дау» 6% персонала — менеджеры, 10% — администраторы и 30% связаны с реализацией. Остальные заняты на производстве. Если произвольно выбрать двух работников из общего списка, то какова вероятность того, что никто из них не занимается реализацией?

12. В отрасли, включающей очень много фирм, известно, что на фирме работают в среднем 77,5 человека при стандартном отклонении 21 человек. Если составлена случайная выборка из 49 фирм, то чему равна $P(\bar{x} < 79)$?

13-14. Чаеразвесочная машина-автомат упаковывает чай в пачки. Из большой партии пачек случайно отобраны 36 пачек, взвешивание которых дало следующие цифры: 16 по 150 г, 10 по 149,5 г, 6 по 151 г, 3 по 149 г и 1 весящий 152 г. Найдите 99% доверительный интервал для определения среднего веса пачки во всей партии, считая, что вес пачек распределен по нормальному закону.

15. Фирма коммунального хозяйства желает на основе выборки оценить среднюю квартплату за квартиры определенного типа с надежностью 90% и с максимальной погрешностью 10 сомов. Предполагая, что квартплата имеет нормальное распределение со стандартным отклонением 35 сомов, найдите минимальный объем выборки.

Вариант 2. 2005 АУСА

1. Предположим, что имеются две электрические лампочки с незаметным дефектом и десять исправных. Какова вероятность того, что среди 5 выбранных лампочек будут три исправные?

2. Произведено семь независимых измерений толщины покрытия. Получены следующие результаты: 215; 218; 214; 216; 217; 213; 219. Оценить стандартное отклонение толщины покрытия с помощью доверительного интервала с вероятностью 0,99.

3. Экзамен по предмету «Как правильно сморкаться» сдают физики, лирики и ботаники. При этом количество лириков в 2 раза больше чем количество физиков, а количество ботаников равно количеству лириков. Вероятность получить **A** для физика равна 92%, для лирика -96%, для ботаника - 95%. Если студент случайным образом выбранный из общего списка получил **A**, то чему равна вероятность того что он лирик?

4. Вес вылавливаемых в пруду рыб подчиняется нормальному закону с математическим ожиданием 380 г и стандартным отклонением 25 г. Найти вероятность того, что вес только 1-ой из 3-х пойманных рыб будет не более 450 г.

5. В цехе некоторой химической компании машина-автомат разливает антифриз в канистры. Объем антифриза в канистре при этом является нормальной случайной величиной со средним значением 1 галлон и стандартным отклонением 0,03 галлона. Определить то значение объема антифриза, больше которого будут величины объемов антифриза у 90% канистр.

6. С вероятностью 0,8 орудие при выстреле поражает цель. Произведено 60 выстрелов. Какова вероятность того, что при этом произошло не менее 45, но не более 47 попаданий?

7. На факультете 20 брюнеток, 15 блондинок, 10 шатенок и 5 рыжих. Определите стандартное отклонение числа шатенок в случайным образом составленной группе из 2 человек.

8. Две различные фирмы разрабатывают собственные IQ тесты. Некий психолог с помощью них тестирует 10 случайно выбранных студентов. Результаты представлены ниже.

студент	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Тест 1	98	94	112	102	108	105	92	88	100	99
Тест 2	95	98	113	98	112	109	92	95	107	103

На уровне значимости 5% протестируйте утверждение, о том, что результаты 2-го теста превосходят результаты 1-го.

9. Из 120 опрошенных студентов 8% указали, что они пришли в ВУЗ, потому что им хотелось «потусоваться» в хорошей компании. Постройте 94% доверительный интервал для генеральной доли тех студентов, которые пришли в ВУЗ по указанной причине.

10. Вероятность того, что случайным образом выбранный из картотеки Бегай жених будет богатым 0,55, красивым 0,72. Найдите, если это возможно, вероятность того, что жених будет красивым, если известно, что он богатый, а совместная вероятность 0,26?

11. В компании «Дау» 6% персонала — менеджеры, 10% — администраторы и 30% связаны с реализацией. Остальные заняты на производстве. Если произвольно выбрать 50 работников из общего списка, то какова вероятность того, что 4 из них менеджеры?

12. Выборка из большой партии электроламп содержит 100 ламп. Средняя продолжительность горения лампы в этой партии равна 1000 ч., стандартное отклонение продолжительности горения лампы $\sigma = 40$ ч. Найти $P(\bar{x} > 991)$. Предполагается, что продолжительность горения ламп распределена по нормальному закону.

13-14. Взвешены 49 случайным образом выбранных клубней нового сорта картофеля. Получены следующие результаты: 1 весом 92г; 12 –156г; 15 –160г; 10 – 165г; 11 – 166г. Оценить вес клубня с помощью доверительного интервала с вероятностью 0,90.

15. Фирма коммунального хозяйства желает на основе выборки оценить среднюю квартплату за квартиры определенного типа с надежностью 90% и с максимальной погрешностью 5 сомов. Предполагая, что квартплата имеет нормальное распределение со стандартным отклонением 35 сомов, найдите минимальный объем выборки.

Вариант STF021

1. В цехе некоторой компании машина-автомат разливает сок в банки. Объем сока в банке, при этом, является нормальной случайной величиной со стандартным отклонением 0,05 литра. Определить среднее значение объема сока в банках, если выполняется требование компании, что только у 5% (не более) банок объем сока может оказаться меньшим, чем 0,95 литра.

2. Представитель завода -изготовителя утверждает, что средний срок службы батарейки равен 600 ч. Для проверки были отобраны 42 батарейки. Средний срок службы оказался 580 ч. при стандартном отклонении 120 ч.

А) проверьте справедливость утверждения при $\alpha=0,05$.

В) найдите 90% доверительный интервал.

3. Проверить утверждение страховой компании, что средний размер требований по страхованиям не превышает \$1500, если выборка из 15 требований дала следующие результаты: $\bar{x}=\$1450$, $\sum(\bar{x}-x)^2=60984$ при $\alpha=0,05$.

Средний размер требований распределен по нормальному закону.

4. Агент по недвижимости утверждает, что стандартное отклонение стоимости домов, которая имеет нормальное распределение, больше \$ 1000. Выборка стоимости 20 домов дала $\bar{x}=\$18000$, $s=\$1200$. Прав ли агент при уровне значимости 0,05? Найдите 90% доверительный интервал

5. В целях изучения дохода от продаж с двух магазинов А и В менеджер провел исследование независимых выборок n - дней, которое дало следующие результаты:

Магазин	n	\bar{x}	$\sum(\bar{x}-x)^2$
А:	48	\$3500	3200
В:	30	\$3545	3280

1) постройте 90% доверительный интервал для разности генеральных средних

2) подтверждают ли данные, что доход от магазина меньше А, чем от магазина В при $\alpha=0,05$.

6. Уровень бедности в одной стране держится на уровне 55%. В целях сокращения уровня бедности правительство приняло ряд социальных программ. После этих мер опрос 300 семей показал, что 149 из них живут за чертой бедности. Подтверждают ли данные, что уровень бедности в стране сократился, при уровне значимости 0,05. Постройте 90% доверительный интервал для генеральной доли.

7. Владелец двух ресторанов «Альфа» и «Омега» решил проверить их доходы, которые имеют нормальное распределение. В таблице приведены доходы (тыс.) этих ресторанов за 7 недель:

Рест.Неделя	1	2	3	4	5	6	7
Альфа \$	15	12	13	14	18	14	19
Омега \$	16	13	10	11	13	15	10

Можно ли владельцу сделать вывод при $\alpha = 0,05$, что недельный доход от ресторана «Альфа» больше, чем от ресторана «Омега». Найдите 95% доверительный интервал для генеральной средней разницы недельных доходов этих ресторанов.

8. Найдите наименьшее и наибольшее значения выборочного среднего \bar{x} - среднего пробега автошины, при котором еще не удастся отвергнуть нулевую гипотезу с $H_0 : \mu = 85000$, если $\alpha=0,0198$
 $\sigma=12500$ $n=40$.
9. Из колоды в 52 карты случайным образом вытянули 5 карт. Какова вероятность того, что среди них будут 3 одинаковые и 2 одинаковые (напр. 3 дамы и 2 пятерки, full house).
10. 95% доверительным интервалом для оценки генеральной средней, распределенной по нормальному закону, является интервал (8.75 ; 9.45). Какой объем выборки был использован , если $\sigma = 1,3$.

Вариант STF022

1. Данные вступительных экзаменов показали, что среднее значение баллов по математике равно 460, а 19% полученных баллов были выше 475. Предполагая, что полученные баллы распределены по нормальному закону, определить стандартное отклонение σ .
2. Менеджер ресторана «Плакучая Ива» утверждает, что время ожидания клиента меньше 12 мин. В результате опроса 38 посетителей, результаты оказались следующие:
 $\bar{x} = 11$ мин., $s=4,2$ мин.
 А) проверьте справедливость утверждения при $\alpha=0,05$.
 В) найдите 95% доверительный интервал.
3. Автомат штампует детали – средний диаметр, которых имеет нормальное распределение с $\mu=7,4$. Выборка 12 деталей из генеральной

совокупности в 140 деталей показала, что средний диаметр равен 7,62мм., при стандартном отклонении 0,45мм. Следует ли отрегулировать автомат при уровне значимости 0,2.

4. В рекламе завода-изготовителя сказано, что стандартное отклонение длины болтов, которая имеет нормальное распределение, равно 0,1мм. Выборка из 26 болтов показала, что $\bar{x}=7.65$ мм., $s=0,11$ мм. Подтверждают ли данные утверждение завода при уровне значимости 0,05.

5. Изготовители батареек фирмы «ОГО» хотят доказать, что их батарейки служат в среднем на 50 мин. дольше, чем аналогичные батарейки фирмы «АГА». Были протестированы по 80 батареек каждой фирмы. Результаты оказались следующие:

для «ОГО» $\bar{x} = 290$ мин., $s = 62$ мин.

для «АГА» $\bar{x} = 230$ мин., $s = 51$ мин.

Являются ли данные достаточными для утверждения фирмы «ОГО» при уровне значимости 0,05. Постройте 95% доверительный интервал для разности генеральных средних.

6. Авиакомпания UA заявляет, что более 25% пассажиров предпочитает летать именно их компанией. Случайным образом были опрошены 5200. Из них 1148 выбрали UA. Подтверждают ли данные заявление компании при уровне значимости 0,05.

7. Специалист по маркетингу уверен, что объем продаж в вечернее время больше, чем в дневное время. С этой целью были исследованы объемы \$ продаж 6 супермаркетов. Данные:

Супермаркет	1	2	3	4	5	6
Дневное \$	35	39	34	40	25	33
Вечернее \$	31	35	42	46	32	38

Подтверждают ли данные мнение специалиста при уровне значимости 0,05.

Найдите 90% доверительный интервал для генеральной средней разницы объема продаж.

8. Из пяти супружеских пар: Темир и Тамара, Александр и Вера, Джангазы и Эльмира, Болот и Чолпон, Батыр и Айнаш случайным образом исключили два человека. Из оставшихся 8 человек случайным образом отобрали двоих. Какова вероятность того, что это будет супружеская пара.

9. Специалисту по инвестициям известно, что реентабельность предприятий в легкой промышленности есть случайная величина со стандартным отклонением 5,2%. Специалист хотел бы оценить реентабельность всех предприятий с предельной ошибкой 1,2% с 90% уверенностью. Какой минимальный объем выборки ему следует взять?

10. В студенческой газете сообщается, что доверительным интервалом для генеральной доли студентов, состоящих в обществе «Ψ» является интервал (0.5176; 0.6824), построенный путем опроса 150 студентов. Какой уровень значимости был использован?

Вариант STF023

1. Данные тестирования по бизнес-статистике показали, что 33% студентов набрали выше 220 баллов. Полагая, что полученные баллы распределены по нормальному закону с $\sigma=30$, найдите среднее значение.

2. Начальник учебного отдела университета Эльмира Мусуралиева верит, что средний балл студентов по TOEFL превышает 510 баллов. Прав ли начальник учебного отдела при уровне значимости $\alpha=0,05$, если среди 32 случайно отобранных студентов результаты оказались следующие: $\bar{x}=523$, $s=30$.

а) найдите Р-значение

в) найдите 95% доверительный интервал.

3. Из партии в 1500 упаковок с сахаром, вес которых имеет нормальное распределение со средним значением 1 кг., на проверку было отобрано 24 упаковки. Результаты оказались следующие: $\bar{x}=0,98$ кг, $s=0,05$. Подтверждают ли данные, что средний вес упаковки меньше 1 кг. при уровне значимости 0,05.

4. Исследование 28 упаковок цемента, вес которых распределен по нормальному закону, показало, что стандартное отклонение равно 0,45кг. Можно ли утверждать, что стандартное отклонение во всей партии превышает 0,2кг. Постройте 95% доверительный интервал.

5. Исследования среднего возраста работников двух филиалов корпорации «Малина» дали следующие результаты:

$$\begin{array}{l} \bar{x}_1=35 \quad s_1=5,6 \quad n_1=35 \\ \bar{x}_2=32,5 \quad s_2=6,8 \quad n_2=45 \end{array}$$

Можно ли утверждать, что средний возраст работников 1-го филиала на 4 года больше, чем средний возраст работников 2-го филиала при уровне значимости 0,1.

6. Компания изготовитель рекламирует, что процент брака их продукции не превышает 4%. С целью проверки их утверждения были отобраны 250, и из них 11 оказались бракованными. Соответствуют ли эти данные заявлению компании при уровне значимости 0,05.

7. Представитель завода решил проверить как повлияет изменение в конструкции инжекторной системы на расход топлива. В таблице приведены данные тестирования расхода топлива на 100км. до и после изменения конструкции 7 автомобилей:

№Авто	1	2	3	4	5	6	7
до	9,5	8,5	7,9	8,2	9,3	7,4	9,1
после	7,5	7	7,4	7,2	7,8	6,9	8,6

Подтверждают ли данные мнение представителя, что изменение в конструкции инжекторной системы привело к сокращению расхода топлива на 1,5л. при уровне значимости 0,05.

Постройте 95% доверительный интервал для генеральной средней разницы расхода топлива.

8. В магазине игрушек на полке в коробках находятся шесть машинок разных цветов: красный, синий, желтый, зеленый, белый и оранжевый. Трое мальчиков Кайрат, Данияр и Ильяс случайным образом взяли по одной коробке. Какова вероятность того, что Кайрату достался – красный, Данияру – синий, а Ильясу желтый или оранжевый машинки.

9. Каково наибольшее значение выборочного среднего \bar{x} – среднего диаметра болта, при котором еще не удастся отвергнуть нулевую гипотезу $H_0 : \mu \leq 7.5$, если $\alpha = 0,0301$ $\sigma=1.5$ $n=36$.

10. Некоторая крупная компания хочет узнать долю своих сотрудников, предпочитающих взять отпуск в сентябре. В случайной выборке из 50 сотрудников 14 пожелали взять отпуск в сентябре. Найдите минимальный объем выборки для нахождения 95% доверительного интервала для генеральной доли с предельной ошибкой 5%.

Вариант STF024

1. Компания по доставке горячего ужина рекламирует, что среднее время доставки не превышает 40 мин. Выборка из 50 клиентов показала: $\bar{x} = 43$ мин., $s = 12$ мин.

- а) стоит ли верить рекламе при $\alpha = 0,05$.
- в) найдите Р-значение
- с) найдите 95% доверительный интервал.

2. Представитель отрасли в целях привлечения инвестиций утверждает, что средняя отдача от вложения капитала, которая имеет нормальное распределение, превышает 18%. Исследования 11 предприятий данной отрасли дали следующие результаты:

$\bar{x} = 18,8\%$, $s^2 = 2,25$. Прав ли представитель при уровне значимости 0,1.

3. Президент фирмы верит, что дисперсия зарплаты сотрудников, которая имеет нормальное распределение, не превышает 1000. Выборочная дисперсия зарплаты 21 сотрудников оказалась 1200

- а) постройте 90% доверительный интервал для генеральной дисперсии
- в) проверьте утверждение президента фирмы при уровне значимости 0,05.

4. Средняя заработная плата и стандартное отклонение с объемами выборки по двум регионам даны в следующей таблице:

Регион	\bar{x}	s	n
Запад	\$25650	\$3600	120
Восток	\$28120	\$4000	140

Можно ли верить, что средняя заработная плата в западном регионе на \$2000 меньше, чем в восточном регионе при уровне значимости 0,1. Постройте 95% доверительный интервал для разности генеральных средних.

5. Из 100 опрошенных мужчин 23 предпочитают Gillette. С уровнем значимости 0,1 проверить гипотезу о том, что доля мужчин, предпочитающих Gillette равна 25%.

6. Вес рыбки имеет нормальное распределение с параметрами $\mu = 250$ гр, $\sigma = 50$ гр. 71,9% всех рыб оказались больше некоторого веса. Найдите этот вес.

7. Некоторая доза нового лекарства, предназначенного для понижения систолического давления в крови, дана 6-ти случайно взятым пациентам, у которых перед приемом и после приема лекарства замерили давление. Результаты получились следующими:

До приема	120	130	120	90	110	110
После приема	110	120	100	100	90	120

С уровнем значимости 0.1, проверьте утверждение, что прием лекарства изменил систолическое давление в крови на 18 ед.

Найдите 95% доверительный интервал для генеральной средней разницы систолического давления в крови.

8. . Из колоды в 52 карты случайным образом вытянули 5 карт. Какова вероятность того, что среди них будут 2 одинаковые пары карт (напр. 2 пятерки, 2 короля и валет).

9. Производитель напитков желает узнать без предварительной информации долю покупателей, предпочитающих напиток «Байкал». Найдите минимальный объем выборки для нахождения 90% доверительного интервала для генеральной доли с предельной ошибкой 4,5%.

10. Найдите наименьшее выборочное среднее значение \bar{x} - среднего веса упаковки сахара, при котором еще не удастся отвергнуть нулевую гипотезу $H_0: \mu \geq 1$, если $\alpha=0,015$ $\sigma=0,2$ $n=64$.

Version STF02E1

1. An automatic machine pours juice out into the cans. The volume of juice in the can is normally distributed variable with a standard deviation of 0.05 liter. Find the average volume of juice in the cans if according to the company's claim not more than 5% of cans have juice less than 0.95 liter.

2. Factory representative asserts that average lifetime of battery is 600 hours. To verify this belief 42 batteries are randomly selected. This sample yields sample mean of 580 hours and sample standard deviation of 120 hours.

A) Test this belief using significance level $\alpha = 0.05$.

B) Construct the 90% confidence interval.

3. Test insurance company statement that average amount of the insurance request is not more than \$1500 if the sample of 15 requests yields $\bar{x}=\$1450$, $\sum(\bar{x}-x)^2=60984$ with significance level $\alpha = 0,05$. The average amount of the insurance request is normally distributed.

4. An agent asserts that standard deviation of the house costs exceeds \$1000 and it is normally distributed. The sample of 20 houses yields $\bar{x}=18000$, $s=\$1200$.

Do the data support an agent's claim? Use $\alpha = 0,05$. Construct the 90% confidence interval.

5. A manager investigated the profits of 2 shops A and B. The results of this investigation are given below:

Shops:	n	\bar{x}	$\sum(\bar{x} - x)^2$
A:	48	\$3500	3200
B:	30	\$3545	3280

1) Construct the 90% confidence interval for the difference in the mean profits.

2) Do the data support that the profit of the first shop(A) is less than profit of the second shop(B)? Use confidence level $\alpha = 0,05$.

6. The poverty level in a country is 55%. In an effort to reduce the poverty level government accepted series of the social programs. After that, according to the investigation out of 300 families, 156 were under the poverty level. Do the data support that the poverty level was reduced. Use $\alpha = 0,05$. Construct the 90% confidence interval for the population proportion.

7. An owner of 2 restaurants "Alfa" and "Omega" decided to check their profits which are randomly distributed. In the table below the profits (in thousand dollars) of 7 weeks are given:

Weeks //////////	1	2	3	4	5	6	7
Restaurants							
Альфа \$	15	12	13	14	18	14	19
Омега \$	16	13	10	11	13	15	10

Can the owner conclude that weekly profit of "Alfa" restaurant is greater than weekly profit of "Omega" restaurant. Use $\alpha = 0,05$. Construct the 95% confidence interval for the difference in the mean weekly profits of 2 restaurants.

8. Let \bar{x} is the average car's run. Find the highest value and the lowest value of \bar{x}

for which we fail to reject null hypothesis: $\mu = 85000$, если $\alpha = 0,0198$
 $\sigma = 12500$ $n = 40$.

9. The pack consists of 52 cards. 5 cards are dealt to player. What is probability that 5 cards construct full house (three of a kind and two of a kind. Ex. 7, 7, 7 and 5, 5).

10. (8.75 ; 9.45) is the 95% confidence interval of the population mean. What is the sample size if $\sigma = 1,3$?

Вариант STM031

1. Какова вероятность того, что все 4 подружки родились в разные дни недели?

2. Надежности сигнализаций А и В соответственно равны 0,98 и 0,85. Что лучше купить А или 2В, если В в два раза дешевле, чем А.

3. Завод №1 изготавливает 40% , завод №2 - 10%, завод №3 – 50% деталей. Процент брака для заводов №1, №2 и №3 соответственно равны 2%, 7% и 3%. Наудачу выбранная деталь оказалась стандартной. Что вероятнее – она изготовлена в цехе 1 или 3?

4. В коробке имеются 5 белых и 3 черных шаров. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа белых шаров среди 3-х случайно отобранных.

5. Процент брака при производстве тракторов на заводе «Рассвет Капитализма» составляет 10 %. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа бракованных тракторов из 4 отобранных.

6. Спрос на холодильники у некоторого пункта проката следующий:

15	16	17
0,3	0,4	0,3

Востребованный приносит прибыль –\$10, невостребованный убыток – \$5. Найти оптимальное количество, при котором пункт имеет максимальную прибыль.

7. Вероятность того, что топ-модель повредит ногу на подиуме равна 0,03. Страховая компания предлагает ей подписать полис на сумму \$20000. Найти размер страхового взноса, если компания ожидает иметь в среднем \$300.

8. В среднем на телефонной станции заказывают 8 разговора в течении 8 минут. Какова вероятность того, что будет заказано более 2-х разговоров в течении 3 мин.

9. Подбросили 4 монеты. Найти вероятность того, что выпали 2 герба, если известно, что выпало не менее двух гербов.

10. Из колоды в 36 карт извлекают 5 карт. Какова вероятность того, что будут 3 черви и 2 туза

Вариант STM032

1. Пятеро друзей посещают одну из пяти спортивных секций. Какова вероятность того, что они ходят на разные секции.

2. Надежности сигнализаций А и В соответственно равны 0,75 и 0,94. Что лучше купить 2А или В, если В в два раза дороже, чем А.

3. Завод №1 изготавливает 30% , завод №2 - 50%, завод №3 – 20% деталей . Процент брака для заводов №1, №2 и №3 соответственно равны 6%, 4% и 7%. Наудачу выбранная деталь оказалась стандартной. Что вероятнее – она изготовлена на заводе №3 или №2?

4. В ящике 7 деталей, среди них 5 качественных. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа качественных деталей среди 3-х случайно отобранных.

5. Исследования авиакомпании показали, что 20% пассажиров, зарезервировавших билеты, в последний час отказываются от полета. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа отказавшихся пассажиров среди 4 случайно отобранных.

6. Спрос на телевизоры у некоторого пункта проката следующий:

18	19	20
0,5	0,3	0,2

Востребованный приносит прибыль - \$20 невостребованный убыток -\$10 Найти оптимальное количество, при котором пункт имеет максимальную прибыль.

7. Вероятность того, что спортсмен повредит шею равна 0,04. Страховая компания предлагает ему подписать полис на сумму \$3000. Найти размер страхового взноса, если компания ожидает иметь в среднем \$40.

8. В среднем на станцию скорой помощи за 10 мин. поступает 4 вызова. Какова вероятность того, что в течении 5 мин. поступит не более 2 вызовов.

9. Из колоды в 36 карт выбрали 4 карты. Найти вероятность того, что среди них ровно 2 туза, если известно, что среди них не более трех тузов.

10. Из колоды в 36 карт извлекают 6 карт. Какова вероятность того, что будут 4 буби и 2 короля.

Вариант STM033

1. Три подружки живут в 9-ти этажном доме. Какова вероятность того, что они живут на разных этажах.

2. Надежности сигнализаций А, В и С соответственно равны 0,91; 0,8 и 0,5. Что выгоднее купить А или В и С, если стоимость А такая же, как В и С?

3. Цех №1 изготавливает 60% деталей, цех №2 - 40% . Процент брака для цехов 1 и 2 соответственно равны 3% и 4%. Наудачу выбранная деталь оказалась стандартной. Что вероятнее – она изготовлена в цехе 1 или 2?

4. В коробке имеются 3 белых и 5 черных шаров. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа белых шаров среди 3-х случайно отобранных.

5. Процент брака при производстве болтов составляет 5%. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа бракованных болтов среди 4 отобранных.

6. Спрос на лодки у некоторого пункта проката следующий:

9	10	11
0,3	0,5	0,2

Востребованный приносит прибыль – \$25 , невостребованный убыток – \$20

Найти оптимальное количество, при котором пункт имеет максимальную прибыль.

7. Вероятность того, что баскетболист повредит руку равна 0,06. Страховая компания предлагает ему подписать полис на сумму \$1500 . Найти размер страхового взноса, если компания ожидает иметь в среднем \$50.

8. В среднем за 2 мин. в кассе супермаркета обслуживается 3 покупателя. Какова вероятность того, что в течении 4 мин. будет обслужено не более 2-х покупателей.

9. Брошены три игральные кости. Какова вероятность того, что шесть очков выпало ровно 2 раза, если известно, что шесть очков выпало по крайней мере один раз.

10. Из колоды в 36 карт извлекают 7 карт. Какова вероятность того, что будут 5 трефей(крестей) и 2 дамы.

Вариант STM034

1. Кафе располагает 3 видами салатов, 4 видами первых и 5 видами вторых блюд. Сколько можно составить комплексных обедов (салат, первое блюдо, второе блюдо)?

2. Имеются 3 вида сигнализаций : А , В и С соответственно с характеристиками: 60%, 50% и 91 % надежностью. Что выгоднее приобрести при одинаковой стоимости: А и 2В или С?

3. Фабрика №1 изготавливает 30%, фабрика №2 - 20%, фабрика №3 – 50% деталей. Процент брака для фабрик №1, №2 и №3 соответственно равны 10%, 5% и 5%. Наудачу выбранная деталь оказалась стандартной. Что вероятнее – она изготовлена на фабрике 1 или 3?

4. В пачке 10 лотерейных билетов, из них 3 выигрышные. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа выигрышных билетов среди 2-х случайно отобранных.

5. Завод производит 90% стандартных деталей. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа стандартных деталей среди 3-х отобранных.

6. Спрос на катамараны у некоторого пункта проката следующий:

12	13	14
0,3	0,5	0,2

Востребованный приносит прибыль – \$30, невостребованный убыток –\$10.

Найти оптимальное количество, при котором пункт имеет максимальную прибыль.

7. Вероятность того, что спортсмен повредит ногу равна 0,08. Страховая компания предлагает ему подписать полис на сумму \$5000. Найти размер страхового взноса, если компания ожидает иметь в среднем \$50.

8. В среднем за 8 минут на определенном участке шоссе проезжает 6 машин. Какова вероятность того, что за 4 минуты проедут не менее 3 машин.

9. Из ящика, содержащего 32 стандартных и 4 нестандартных детали, случайным образом отобрали 4 детали. Найти вероятность того, что среди отобранных оказалось ровно 2 стандартных, если известно, что среди них не менее одной стандартной детали.

10. Из колоды в 36 карт извлекают 8 карт. Какова вероятность того, что будут 6 пикей и 2 валета.

Вариант STM041

1. Какова вероятность того, что все 3 подружки родились не зимой?

2. В двух ящиках находятся детали: в первом 10 (из них 7 стандартные), во втором 12 (из них 10 стандартные). Из каждого ящика наудачу выбирают по одной детали. Найти вероятность того, что обе окажутся стандартными.

3. Из стандартной колоды карт (36 карты) вынимаются наугад 4 карты. Найти вероятность того, что все эти карты будут одинаковой масти.

4. На некоторой фабрике машина А производит 40% продукции, а машина В производит 60% продукции. В среднем 7 единиц из 1000 единиц продукции, произведенной машиной А, оказывается бракованными, а у машины В - 1 единица из 250. Некоторая единица продукции, выбранная случайным образом из всей дневной продукции фабрики, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она произведена на машине А?

5. В коробке имеются 2 белых и 5 черных шаров. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа белых шаров среди 3-х случайно отобранных.

6. Процент брака при производстве деталей на заводе составляет 20%. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа бракованных деталей из 3 отобранных.

7. Спрос на холодильники у некоторого пункта проката следующий:

12	13	14
0,3	0,5	0,2

Востребованный приносит прибыль \$20, невостребованный убыток – \$5. Найти оптимальное количество, при котором пункт имеет максимальную прибыль.

8. Процент брака при производстве болтов составляет 0,2%. Какова вероятность того, что среди 1500 отобранных бракованных болтов окажется а) ровно 4, б) не более 2 в) не менее 3.

9. Подбросили 3 монеты. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа выпавших гербов.

10. Имеются 8 ключей, среди них две подходят к замку. Какова вероятность того, что замок откроется с третьей попытки, если неподходящий ключ в дальнейшем не используется.

11. Имеются 2 коробки с шарами. В первой 4 белых и 6 черных, во второй 8 белых и 2 черных шаров. Из первой коробки случайным образом выбросили 2 шара, а из второй 1. Оставшиеся шары ссыпали в третью коробку. Из третьей коробки выбрали 2 шара. Если: шары белые, то выигрыш \$ 20, если черные, то выигрыш \$ 5, разноцветные, то проигрыш \$25. Найти средний выигрыш (проигрыш)

Вариант STM042

1. Из колоды в 36 карты случайным образом вынимаются одна за другой две карты. Найти вероятность того, что вторая вынутая карта является десяткой.

2. На некоторой фабрике машина А производит 60% продукции, а машина В производит 40% продукции. В среднем 5 единиц из 1000 единиц продукции, произведенной машиной А, оказывается бракованными, а у машины В - 1 единица из 250. Некоторая единица продукции, выбранная случайным образом из всей дневной продукции фабрики, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она произведена на машине В?

3. В ящике 6 деталей, среди них 4 качественных. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа качественных деталей среди 3-х случайно отобранных.

4. Исследования авиакомпании показали, что 10% пассажиров, зарезервировавших билеты, в последний час отказываются от полета. Найти вероятность того, что среди трех случайно отобранных пассажиров ровно 2 отказавшихся, если известно, что среди них не более двух отказавшихся.

5. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа отказавшихся пассажиров среди 4 случайно отобранных.

6. Сколькими разными способами можно 9 различных игрушек распределить среди трех детей, если самый младший из них должен получить 5 игрушки, а остальные по 2 игрушки каждый?

7. Пятеро друзей подбросили по одной игральной кости. Какова вероятность того, что у них выпали разные количества очков?

8. Спрос на телевизоры у некоторого пункта проката следующий:

	9	10
8		
0,5	4	0,1

Востребованный приносит прибыль \$30 невостребованный убыток -\$10. Найти оптимальное количество, при котором пункт имеет максимальную прибыль.

9. Вероятность того, что консервная крышка бракованная равна 0,001. Найти вероятность того, что среди 5000 отобранных крышек, бракованных

Будет а) ровно 0,1% б) от 2 до 4 в) не менее 2.

10. колоды в 36 карт выбрали 4 карты. Найти вероятность того, что среди них хотя бы одна дама.

11. Имеются 2 коробки с шарами. В первой 2 белых и 8 черных, во второй 4 белых и 6 черных шаров. Из первой коробки случайным образом перебросили во вторую 3 шара. Из второй коробки выбрали 2 шара. Если шары белые- то выигрыш \$20, если черные- то выигрыш \$5, если разноцветные - то проигрыш \$25. Найти средний выигрыш (проигрыш).

Вариант STM043

1. В коробке имеются 3 белых и 5 черных шаров. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа белых шаров среди 2-х случайно отобранных.

2. На некоторой фабрике машина А производит 60% продукции, а машина В производит 40% продукции. В среднем 5 единиц из 1000 единиц продукции, произведенной машиной А, оказывается бракованными, а у машины В - 1 единица из 250. Некоторая единица продукции, выбранная случайным образом из всей дневной продукции фабрики, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она произведена на машине А?

3. Три подружки живут в 9-ти этажном доме. Какова вероятность того, что все они живут не на пятом этаже.

4. Совет факультета состоит из 8 человек: 5 женщин и 3 мужчин. Случайным образом производится выбор комиссии из 3 членов Совета. Какова вероятность того, что в числе выбранных будет, по крайней мере, одна женщина?

5. Имеются 6 ключей среди них две подходят к замку. Какова вероятность того, что замок откроется с третьей попытки, если неподходящий ключ в дальнейшем не используется.

6. Процент брака при производстве болтов составляет 10%. Найти вероятность того, что среди четырех случайно отобранных болтов, бракованных будет ровно 2, если известно, что среди них не менее одного бракованного.

7. Спрос на лодки у некоторого пункта проката следующий:

9	10	11
0,4	0,5	0,1

Востребованный приносит прибыль \$25, невостребованный убыток – \$10

Найти оптимальное количество, при котором пункт имеет максимальную прибыль.

8. Вероятность того, что консервная крышка стандартная равна 0,994. Какова вероятность того, из 500 отобранных, бракованных будет ровно 4.

9. Брошены три игральные кости. Какова вероятность того, что шесть очков выпало не более двух раз.

10. Производится три выстрела по одной и той же мишени. Вероятности попадания при первом, втором и третьем выстрелах равны соответственно $P_1 = 0,4$; $P_2 = 0,5$; $P_3 = 0,7$. Найти вероятность того, что в результате этих выстрелов в мишени будет ровно две пробоины.

11. Имеются 2 коробки с шарами. В первой 5 белых и 5 черных, во второй 7 белых и 3 черных шаров. Из первой коробки случайным образом выбросили 1 шар, и из второй 2. Оставшиеся шары ссыпали в третью коробку. Из третьей коробки выбрали 2 шара. Если: шары белые, то выигрыш \$20, черные, то выигрыш \$6, разноцветные, то проигрыш \$30. Найти средний выигрыш (проигрыш).

Вариант STM044

1. Вы останавливаете наугад на улице трех человек и спрашиваете, в какой день недели они родились. Какова вероятность того, что все они родились в выходные дни?

2. В пачке 8 лотерейных билетов, из них 2 выигрышные. Построить закон распределения и найти математическое ожидание, дисперсию числа выигрышных билетов среди 3-х случайно отобранных.

3. Сколько существует трехзначных чисел, кратных 2 или 5?

7. На некоторой фабрике машина А производит 40% продукции, а машина В производит 60% продукции. В среднем 7 единиц из 1000 единиц продукции, произведенной машиной А, оказывается бракованными, а у машины В - 1 единица из 250. Некоторая единица продукции, выбранная случайным образом из всей дневной продукции фабрики, оказалась бракованной. Какова вероятность того, что она произведена на машине А?

8. Завод производит 80% стандартных деталей. Найти вероятность того, что среди четырех случайно отобранных деталей, стандартных будет ровно 1, если известно, что среди них не более трех стандартных.

9. Спрос на катамараны у некоторого пункта проката следующий:

6	7	8
0,4	0,5	0,1

Востребованный приносит прибыль \$30, невостребованный убыток -\$10.

Найти оптимальное количество, при котором пункт имеет максимальную прибыль.

7. Процент брака при производстве транзисторов составляет 0,4%. Найти вероятность того, что среди 1000 отобранных транзисторов, бракованных

Будет: а) ровно 2 б) от 1 до 4 в) не менее 0,2%.

8. Сколькими разными способами можно 10 различных игрушек распределить среди трех детей, если самый младший из них должен получить 4 игрушки, а остальные по 3 игрушки каждый?

9. Из колоды в 36 карт вытягивают две карты. Какова вероятность того, что среди них будет хотя бы один туз.

10. Из ящика, содержащего 32 стандартных и 4 нестандартных детали, случайным образом отобрали 4 детали. Найти вероятность того, что среди отобранных оказалось ровно 2 стандартных, если известно, что среди них не менее одной стандартной детали.

11. Имеются 2 коробки с шарами. В первой 6 белых и 4 черных, во второй 5 белых и 5 черных шаров. Из первой коробки случайным образом перебросили во вторую 3 шара. Из второй коробки выбрали 2 шара. Если шары белые -то выигрыш \$20, если черные- то выигрыш \$5, если разноцветные -то проигрыш \$ 35. Найти средний выигрыш (проигрыш).

Вариант STM051

1. Вероятность попадания в мишень равна 0,9. Найти вероятность поражения мишени при трех последовательных попытках, если для этого достаточно двух попаданий.

2. Две подружки живут в 5 этажном доме. Какова вероятность того, что ни одна из них не живет на нечетном этаже?

3. В коробке 3 красных, 2 белых и 5 синих шаров. Построить закон распределения и найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины – числа синих шаров среди трех отобранных.

4. Из коробки, содержащей 4 красных, 5 синих и 6 желтых шаров отобрали 2 шара. Какова вероятность того, что отобрали 2 красных шара, если известно, что отобранные шары одноцветные?

5. Цех №1 изготавливает 60% деталей, цех №2 - 40%. Процент брака для цехов 1 и 2 соответственно равны 3% и 5%. Наудачу выбранная деталь оказалась бракованной. Что вероятнее – она изготовлена в цехе 1 или 2?

6. Вероятность того, что консервная крышка бракованная равна 0,002. Найти вероятность того, что среди 3000 отобранных крышек, бракованных не более 2.

7. Фирма, сдающая напрокат холодильники в небольшом городе, решает, сколько холодильников ей следует иметь, чтобы прибыль фирмы была максимальной. Каждый взятый на прокат холодильник приносит прибыль \$20, а не взятая - \$5 убытка в день. Многолетний опыт фирмы показывает, что за один день могут поступить заявки на 8, 9 или 10 холодильников (не более и не менее). Вероятность того, что поступит заявка на 8 холодильников, равна 0,2, на 9 холодильников - 0,5, на 10 - 0,3. Сколько холодильников следует иметь фирме, чтобы ежедневная ее прибыль была максимальной?

8. Автомат штампует стандартные детали с вероятностью 0,8. Найти вероятность того, что среди 5 отобранных деталей стандартных будет а) ровно 2, б) не более 4. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение числа стандартных деталей среди 5 отобранных.

9. Имеются 2 коробки с шарами. В первой 2 белых и 3 черных, во второй белых 3 и 4 черных шаров. Из первой коробки случайным образом перебросили во вторую 3 шара. Из второй коробки выбрали 1 шар. Если шар белый - то выигрыш \$20, если черные - проигрыш \$25. Найти средний выигрыш (проигрыш).

10. Из колоды 36 карт отобрали 3 карты. Какова вероятность того, что тузов будет больше, чем королей?

Вариант STM052

1. Вероятность выигрыша соперника в шашки равна 0,8. Найти вероятность выигрыша матча, состоящего из трех партий, если для этого достаточно двух выигрышных партий.
2. В партии из 10 деталей – 4 изготовлены в цехе №1, 1- в цехе №2 и 5 – в цехе №3. Построить закон распределения и найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины – числа деталей, изготовленных в цехе №1 среди трех отобранных.
3. Из колоды в 36 карт отобрали 3 карты. Какова вероятность того, что среди них будет 2 туза, если известно, среди них по крайней мере один туз?
4. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно четырем. Найти вероятность того, что за 1,5 минуты поступит не менее 2 вызовов.
5. Некоторая фирма содержит небольшой парк микроавтобусов и предоставляет их для обслуживания туристов. Каждый используемый микроавтобус приносит \$200 прибыли, а не используемый - \$70 убытка в день. Известно из опыта фирмы, что в день могут поступить заявки на 2, 3 или 4 микроавтобусов (не более и не менее). Вероятность того, что поступит заявка на 2 микроавтобуса, равна 0,5, на 3 - 0,2, на 4 - 0,3. Сколько микроавтобусов следует иметь фирме, чтобы ее ежедневная прибыль была максимальной? Чему равна эта прибыль?
6. Игральную кость подбросили 4 раза. Найти вероятность того, что три очка выпадет не менее двух раз. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины – числа выпавших трех очков.
7. В колоде 36 карт. "Жульническая" колода карт содержит из 9 тузов. Эта колода карт вместе с другими тремя стандартными колодами лежит в пакете. Из пакета наугад извлекается колода карт и из нее случайным образом вытягивается одна карта. Если вытянутой картой оказался туз, то какова вероятность того, что эта карта была взята из "жульнической" колоды?
8. Автомат штампует стандартные детали с вероятностью 0,8. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины – числа стандартных деталей, среди трех отобранных.

9. Три подружки живут в 5 этажном доме. Какова вероятность того, что ни одна из них не живет на четном этаже?

10. Имеются 2 коробки с шарами. В первой 4 белых и 6 черных, во второй белых 7 и 3 черных шаров. Из двух коробок случайным образом выбросили по 1 шару. Оставшиеся шары ссыпали в третью коробку. Из третьей коробки выбрали 1 шар. Если шар белый, то выигрыш \$20, если черный, то проигрыш \$30. Найти средний выигрыш (проигрыш).

Вариант STM053

1. Некто загадал две различные цифры. Какова вероятность угадать эти цифры (безразлично в какой последовательности), если вам даются три попытки?

2. Из группы шахматистов в 8 человек, среди которых 3 имеют 1 разряд, 4 – 2 разряд и 1 – 3 разряд, случайным образом отобрали троих. Построить закон распределения и найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины – числа перворазрядников среди трех отобранных.

3. Игральную кость подбросили 4 раза. Какова вероятность того, что выпали три пятерки, если известно, выпало по крайней мере одна пятерка?

4. Три подружки живут в 7 этажном доме. Какова вероятность того, что они живут на 5 и 6 этажах.

5. Из колоды 36 карт отобрали 3 карты. Какова вероятность того, что дам будет меньше, чем королей?

6. В кассу супермаркета подходят в среднем двое покупателей в минуту. Какова вероятность того, что за 3 минуты в кассу подойдут более трех посетителей?

7. Фирма, сдающая напрокат катамараны в небольшом городе, решает, сколько катамаранов ей следует иметь, чтобы прибыль фирмы была максимальной. Каждый взятый на прокат катамараны приносит прибыль \$40, а не взятая - \$10 убытка в день. Многолетний опыт фирмы показывает, что за один день могут поступить заявки на 8, 9 или 10 катамаранов (не более и не менее). Вероятность того, что поступит заявка на 8 катамаранов, равна 0,2, на 9 катамаранов - 0,5, на 10 - 0,3. Сколько катамаранов следует иметь фирме, чтобы ежедневная ее прибыль была максимальной?

8. Имеются 2 коробки с шарами. В первой 2 белых и 4 черных, во второй белых 4 и 2 черных шаров. Из первой коробки случайным образом перебросили во вторую 3 шара. Из второй коробки выбрали 1 шар. Если: шар белый- то выигрыш \$30, если черные - проигрыш \$40. Найти средний выигрыш (проигрыш).

9. Завод №1 изготавливает 40% , завод №2 - 50%, завод №3 – 10% деталей. Процент брака для заводов №1, №2 и №3 соответственно равны 6%, 4% и 18%. Наудачу выбранная деталь оказалась стандартной. Что вероятнее – она изготовлена на заводе №3 или №2?

10. В ящике 4 белых и 6 красных шаров. Наудачу выбирают 3 шара. Какова вероятность того, что среди них будет не менее 2 белых?

Вариант STM054

1. Какова вероятность угадать невестой день рождения (число) жениха при трех попытках, если известно, что он родился в октябре?

2. В группе 10 парней, среди которых 5 – блондинов, 2 – брюнета и 3 – шатенов. Построить закон распределения и найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение случайной величины – числа брюнетов среди трех отобранных.

3. Из группы, состоящей из 12 человек, среди которых 5 штангистов, 3 шахматиста и 4 пловца, отобрали троих. Какова вероятность того, что среди них штангистов окажется больше, чем шахматистов?

4. Из коробки, содержащей 6 красных, 2 синих и 4 желтых шаров отобрали 2 шара. Какова вероятность того, что отобрали 2 желтых шара, если известно, что среди двух отобранных по крайней мере один шар желтый?

5. Имеются 2 коробки с шарами. В первой 7 белых и 3 черных, во второй 4 белых и 6 черных шаров. Из двух коробок случайным образом выбросили по 1 шару. Оставшиеся шары высыпали в третью коробку. Из третьей коробки выбрали 1 шар. Если: шар белый, то выигрыш \$10, если черный, то проигрыш \$15. Найти средний выигрыш (проигрыш).

6. Процент брака при производстве транзисторов составляет 0,4%. Найти вероятность того, что среди 2000 отобранных транзисторов, бракованных будет не менее 2.

7. Некоторая фирма содержит небольшой парк трейлеров и предоставляет их для обслуживания туристов. Каждый используемый трейлер приносит \$100 прибыли, а не используемый - \$50 убытка в день. Известно из опыта фирмы, что в день могут поступить заявки на 3, 4 и 5 трейлеров (не более и не менее). Вероятность того, что поступит заявка на 3 трейлера, равна 0,4, на 4 трейлера - 0,5, на 5 - 0,1. Сколько трейлеров следует иметь фирме, чтобы ее ежедневная прибыль была максимальной? Чему равна эта прибыль?

8. В колоде 36 карт. "Жульническая" колода состоит из 12 дам. Эта колода карт вместе с другими четырьмя стандартными колодами лежит в пакете. Из пакета наугад извлекается колода карт и из нее случайным образом вытягивается одна карта. Если вытянутой картой оказалась дама, то какова вероятность того, что эта карта была взята из стандартной колоды?

9. Исследования авиакомпании показали, что 10% пассажиров, зарезервировавшие билеты, в последний час отказываются от полета. Какова вероятность того, что среди 6 отобранных пассажиров, количество отказавшихся в последний час, будет не более 2? Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение числа пассажиров, отказавшихся в последний час от полета среди 6 отобранных.

10. Из стандартной колоды карт (36 карт) вынимаются наугад 2 карты. Найти вероятность того, что эти карты будут разных мастей.

Вариант 0. Ednet.Stat.F

1. Ниже приведены результаты 2-й и 3-й контрольных работ по статистике.

2 к.р.	11	10	14	17	16	12	19	15	7	7	8
3 к.р.	11	8	14	15	16	12	16	15	8	10	11

2 к.р.	8	21	19	15	15	13	8	12	13	12	11
3 к.р.	12	18	18	12	18	10	9	6	6	10	11

а) Используя все данные, определите моду и медиану, размах, межквартильный размах, постройте гистограмму. б) Проверьте гипотезу о том, что контрольные различались по сложности на уровне значимости 5%.

2. В совете директоров фирмы 5 членов, каждый имеет 1 голос, решение принимается большинством голосов. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Какими будут ответы, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

3. Асан, Усен и Улан создали акционерное общество. Зная, что Асан имеет 4, Усен - 5 и

Улан – 6 акций, а решение принимается (50% +1) голосов, определите силу при голосовании каждого из них. Как изменится ответ в задаче, если Усен продаст 1 акцию Улану?

Как изменится ответ в задаче, если Усен и Асан продадут по 1-й акции Улану?

4. В лесном парламенте 31 членов. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), и 3 фракции Зайцев (по 7 голосов у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается $\frac{2}{3}$ голосов.

5. Инвестор хочет иметь «портфель» состоящий из акций 3-х различных фирм. Сколькими способами можно это сделать, если доступны акции 9 фирм?

6. Вероятность получения крупного заказа в этом квартале 0,5, финансовых потерь 0,4.

Найдите вероятность получения заказа или потери денег, считая, что эти события:

а) несовместны; б) независимы; в) могут иметь место одновременно с вероятностью 0,3.

7. Вероятность того, что случайным образом выбранный из картотеки жених будет умным 0,6, красивым 0,7, и красивым и умным 0,4. Какова вероятность того, что жених будет красивым, если известно что он умный?

8. Брошены 2 игральные кости. Какова вероятность того, что только на одной кости выпало 2 очка, если известно, что выпало меньше 8 очков?

9. В группе 5 парней и 11 девушек. Преподаватель задал 4 вопроса. Определите вероятность того, что на 2 вопроса ответили девушки, на 2 парни. Рассмотрите ситуации, при которых 1 студент имеет право отвечать: а) только на 1 вопрос; б) на несколько вопросов.

10. Вложив деньги в новую компанию можно получить доход определяемый таблицей

Доходность, %	60	20	0	-40
Вероятность	0,2	0,4	0,25	0,15

Найдите: а) ожидаемую доходность; б) стандартное отклонение (риск).

11. В лотерее на 100 билетов разыгрываются 10 вещей, стоимость каждого 200 сомов. Составить закон распределения суммы выигрыша и ее математическое ожидание для лица, имеющего два билета?

12. Цех принимает партию из 5000 деталей в том случае, если при проверке 20 из них, выбранных наугад, 19 и более деталей оказываются стандартными. Какова вероятность того, что цех примет партию, содержащую 400 нестандартных деталей?

13. С вероятностью 0,04 орудие при выстреле с дальнего расстояния поражает цель. Произведено 1000 выстрелов. Какова вероятность того, что при этом произошло не менее 45 и не более 56 попаданий?

14. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 65% контейнеров имеют вес нетто выше 4,9 тонн, а у 55% контейнеров вес нетто меньше 5,2 тонны. Найдите среднее значение и стандартное отклонение веса нетто контейнеров.

15. Время, которое тратит Нура для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 15 до 23 мин. Определите вероятность, с которой она опоздает 5 раз за 2 месяца (48 дней), если она ежедневно будет выходить за 22,5 минуты до начала работы?

16. Духи **Айнура** держатся 8 часов с вероятностью 0,9. Среднее время, которое держатся духи **Сурабюю** – 12 часов. Определите вероятность, с которой хотя бы одни духи продержатся 24 часа, считая что стойкость духов не зависит от наличия других духов и для него имеет место показательное распределение.

17. Популярная марка сигарет содержит в среднем 10 мг дёгтя в одной сигарете. Предположим, что $\sigma = 0,9$ мг для распределения дёгтя в сигарете. Если \bar{x} - среднее содержание дёгтя в сигарете (в мг) в выборке объема 49 из большой партии, то чему равна $P(9.9 < \bar{x} < 10.2)$?

18. Найти минимальный объём выборки, при котором с 92,5% уверенностью можно было бы утверждать, что максимальная погрешность оценки среднего значения μ нормально распределенного признака X генеральной совокупности по выборочной средней \bar{x} не превысит 0,1, если известно, что количественный признак меняется в основном от 21,5 до 27,5.

19. Некоторая доза нового лекарства, предназначенного для понижения систолического давления в крови, дана 8, случайно взятым, пациентам, у которых перед приемом и после приема лекарства замеры давления. Результаты получились следующими:

До приема	120	136	160	98	115	110	180	190
После	118	122	143	105	98	98	180	175

А) Постройте 95% доверительный интервал для оценки средней разности давления до и после приема лекарства. Б) С уровнем значимости 0,01; 0,02 ..., 0,10 проверьте утверждение, что прием лекарства не изменил систолическое давление в крови.

20. Из 150 опрошенных человек 68% указали, что они слушают свою любимую радио-станцию в основном из-за музыки. Постройте 98% доверительный интервал для генеральной доли тех людей, которые слушают свою любимую радиостанцию в основном из-за музыки.

21. Проводится опрос населения для определения доли людей склонных голосовать за кандидата от Республиканской партии. Если мы хотим построить 95% доверительный интервал для оценки генеральной доли населения, склонных голосовать за кандидата от Республиканской партии, и при этом обеспечить максимальную погрешность, не превышающую 2%, то каким должен быть объем выборки? Если из данных прошлых опросов мы знаем, что эта доля равна 0,7 то каким будет ответ в этом случае?

22. Компания по производству электрических каминов провела эксперимент по продаже своего наиболее популярного камина по различным ценам в течение одной недели в 8 разных городах (примерно одинаковых по количеству населения, климату...) для изучения спроса. Эксперимент дал следующие результаты:

Город	А	Б	В	Г	Д	Е	Ж	З
Х: цена	17	16	15	13	11	10	11	9
У: количество проданных каминов	13	15	18	20	20	24	20	30

Найти коэффициент корреляции. Проведите проверку гипотезы о существовании отрицательной линейной взаимосвязи между Х и У с уровнем значимости 0,05.

Найти выборочное уравнение линейной регрессии, принимая Х за независимую переменную, а У за зависимую переменную. Найти коэффициент детерминации.

Найти 95% доверительный интервал для углового коэффициента β_1 линейной регрессии.

Вариант 1. Ednet.Stat.F

1. Ниже приведены результаты контрольных работ по статистике.

16	11	10	14	17	16	12	19	15	7	7	8
17	11	8	14	15	17	15	16	15	8	10	11
14	8	21	19	15	15	13	8	12	13	12	11
9	12	18	18	12	18	10	9	6	5	10	11

Постройте гистограмму. Определите моду и межквартильный размах,

2. В совете директоров фирмы 6 членов, каждый имеет 1 голос, решение принимается большинством голосов. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Какими будут ответы, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

3. Вероятность того, что случайным образом выбранный из картотеки Айнуры жених будет умным 0,6, богатым 0,8, и богатым и умным 0,5. Какова вероятность того, что жених не будет обладать перечисленными качествами?

4. Фирма имеет заявки на работы на 6 объектах. Сколькими различными способами она может составить график выполнения 3-х заявок, если они должны выполняться одна за другой?

5. Брошены 2 игральные кости. Какова вероятность того, что на 2-х костях выпало 4 очка, если известно, что выпало меньше 7 очков?

6. В группе 6 парней и 13 девушек. Преподаватель задал 4 вопроса. Определите вероятность того, что на 2 вопроса ответила 1 девушка, на 2 – 2 разных парня.

7. Вложив деньги в новую компанию можно получить доход определяемый таблицей

Доходность, %	30	21	-12
Вероятность	0,2	?	0,15

Найдите: а) ожидаемую доходность; б) стандартное отклонение (риск).

8. В лотерее на 10 билетов разыгрываются 5 выигрышей, стоимость каждого 40 сомов. Составить закон распределения суммы выигрыша и ее математическое ожидание для лица, имеющего 3 билета?

9. На факультете 40 брюнетов, 25 блондинов, 20 шатенов и 15 рыжих. Определите вероятность того, что в случайным образом составленной группе из 10 человек будет 4 рыжих или брюнетов.

10. Популярная марка сигарет содержит в среднем 10 мг дёгтя в одной сигарете. Предположим, что $\sigma = 0,8$ мг для распределения дёгтя в сигарете. Чему равна вероятность того, что в случайным образом выбранной сигарете будет меньше 11 мг дёгтя?

11. Когда у Анары хорошее настроение, то она ставит зачет с вероятностью 0,8. Если она будучи в хорошем настроении принимает зачет на потоке из 60 студентов, то какова вероятность того что зачет получат 50 студентов?

12. Количество баллов полученных на контрольной работе по статистике есть нормальная случайная величина со средним значением 14. Если 70% слушателей имеют более 13 баллов, то чему равно стандартное отклонение?

13. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что средний вес контейнера 5 тонн, стандартное отклонение 0,5 тонн. Найдите значение среднее веса контейнера в выборках из 16 контейнеров, больше которого 60% средних выборочных значений.

14. Время, которое тратит Жылдыз на наведение красоты ежедневно, распределено равномерно от 0,5 до 1 часа. Определите вероятность того, что ни в один из 2-х независимым образом выбранных днях она не потратит на наведение красоты меньше чем 40 минут?

15. Время, которое тратит Наталья для того чтобы заснуть подчиняется показательному распределению со средним значением 10 минут. Определите вероятность того, что она уснет менее чем за 8 минут.

16. Проводится опрос населения для определения доли людей склонных вступить в партию поклонников Замиры. Если мы хотим построить 96% доверительный интервал для оценки генеральной доли населения, склонных вступить в партию поклонников Замиры, и при этом обеспечить максимальную погрешность, не превышающую 5%, то каким должен быть объем выборки? Из данных прошлых опросов мы знаем, что эта доля была равна 0,25.

17. Время, которое Асель ежедневно тратит на размышления о достоинствах и недостатках знакомых парней является нормальной случайной

величиной со средним значением 30 минут. Если по его словам это время колеблется в пределах от 15 до 45 минут, то чему равна вероятность того, что в случайным образом выбранный день она потратит на эти размышления от 25 до 28 минут?

18-19. Группа слушателей курсов ЕДНЕТ протестирована до и после прослушивания курса статистики. Результаты представлены ниже.

Слушатель	1	2	3	4	5	6	7
Тест 1	98	94	114	98	108	105	99
Тест 2	105	96	113	98	112	109	97

а) Найдите 95% доверительный интервал для μ_d – среднего значения генеральной разности баллов, полученных с использованием теста 1 и теста 2;

б) с уровнем значимости 0,01; 0,02 ..., 0,10 проверьте утверждение, о том, что результаты

2-го теста превосходят результаты 1-го.

20. Из 120 опрошенных анонимным образом человек, 21% указали, что они пришли в университет «Халаявный», потому что там легко «разводить» сессии. Постройте 99% доверительный интервал для генеральной доли тех людей, которые пришли в университет «Халаявный» по указанной причине.

Вариант 2. Ednet.Stat.F

1. Ниже приведены результаты 2-й и 3-й контрольных работ по статистике.

17	11	10	14	17	16	12	19	15	7	7	8
11	11	8	14	15	17	12	16	15	8	10	11
16	8	21	19	15	15	13	8	12	13	13	11
8	12	18	18	12	18	10	9	6	6	10	11

Определите медиану и размах. Постройте гистограмму.

2. Асан, Усен и Улан создали акционерное общество. Зная, что Асан имеет 8, Усен - 5 и

Улан – 6 акций, а решение принимается (50% +1) голосов, определите силу при голосовании каждого из них. Как изменится ответ в задаче, если Усен продаст 1 акцию Улану?

Как изменится ответ в задаче, если Усен продаст 1 акцию Асану?

3. Вероятность того, что случайным образом выбранный из картотеки Эльнур жених будет богатым 0,6, красивым 0,7. Какова вероятность того, что жених будет красивым, но не богатым если известно что события независимы?

4. Фирма имеет заказы на работы на 6 объектах. Сколькими различными способами она может составить график выполнения заказов, если заказы должны выполняться одна за другой?

5. Брошены 2 игральные кости. Какова вероятность того, что хотя бы на одной кости выпало 3 очка, если известно, что выпало меньше 9 очков?

6. В группе 14 парней и 4 девушки. Преподаватель задал 4 вопроса. Определите вероятность того, что на 1 вопрос ответил парень, на 3 – 3 разные девушки.

7. Вложив деньги в новую компанию можно получить доход определяемый таблицей распределения вероятностей

Доходность, %	40	20	0	-20
Вероятность	0,25	0,45	?	0,1

Найдите: а) ожидаемую доходность; б) стандартное отклонение (риск).

8. В лотерее на 100 билетов разыгрываются 10 выигрышей, стоимость каждого 200 сомов. Найти математическое ожидание общего выигрыша для лица, имеющего 12 билетов?

9. На факультете 40 брюнетов, 25 блондинов, 20 шатенов и 15 рыжих. Определите вероятность того, что в случайным образом составленной группе из 12 человек будет 5 рыжих.

10. Популярная марка сигарет содержит в среднем 10 мг дёгтя в одной сигарете. Предположим, что $\sigma = 0,8$ мг для распределения дёгтя в сигарете. Чему равна вероятность того, что в случайным образом выбранной сигарете будет больше 9,5 мг дёгтя?

11. Когда у Индиры плохое настроение, то она ставит зачет с вероятностью 0,4. Если она будучи в плохом настроении принимает зачет на потоке из 50 студентов, то какова вероятность того что зачет получают от 15 до 18 студентов?

12. Количество баллов полученных на контрольной работе по статистике есть нормальная случайная величина со стандартным отклонением 3. Если 60% слушателей имеют более 13 баллов, то чему равно среднее значение?

13. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что средний вес контейнера 5 тонн, стандартное отклонение 0,8 тонн. Найдите значение среднего веса контейнера в выборках из 25 контейнеров, больше которого 70% средних выборочных значений.

14. Время, которое тратит Володя на подготовку к занятиям ежедневно, распределено равномерно от 1 до 3 часов. Определите вероятность того, что в хотя бы один из 2-х независимым образом выбранных дней он потратит на подготовку к занятиям меньше чем 1 час 45 минут?

15. Время, которое тратит Виктор, для того чтобы заснуть подчиняется показательному распределению. При этом он засыпает более чем за 10 минут с вероятностью 0,4. Определите вероятность того, что он не заснет за 30 минут.

16. Проводится опрос населения для определения доли людей склонных вступить в партию поклонников Толгонай. Если мы хотим построить 96% доверительный интервал для оценки генеральной доли населения, склонных вступить в партию поклонников Толгонай, и при этом обеспечить максимальную погрешность, не превышающую 4%, то каким должен быть

объем выборки? Из данных прошлых опросов мы знаем, что эта доля была равна 0,2.

17. Время, которое Таалай ежедневно тратит на размышления о достоинствах и недостатках различных девушек является нормальной случайной величиной со средним значением 20 минут. Если по его словам это время колеблется в пределах от 10 до 30 минут, то чему равна вероятность того, что в случайным образом выбранный день он потратит на эти размышления от 15 до 22 минут?

18-19. Группа слушателей курсов ЕДНЕТ протестирована до и после прослушивания курса статистики. Результаты представлены ниже.

Слушатель	1	2	3	4	5	6	7
Тест 1	98	94	114	99	108	105	99
Тест 2	99	96	113	98	112	109	97

а) Найдите 90% доверительный интервал для μ_d – среднего значения генеральной разности баллов, полученных с использованием теста 1 и теста 2;

б) с уровнем значимости 0,01; 0,02 ..., 0,10 проверьте утверждение, о том, что результаты 2-го теста превосходят результаты 1-го.

20. Из 210 опрошенных человек 12% указали, что они пришли на балет, потому что им хотелось посмотреть на Волочкову. Постройте 95% доверительный интервал для генеральной доли тех людей, которые пришли на балет по указанной причине.

Вариант 3. Ednet.Stat.F

1. Ниже приведены результаты 2-й и 3-й контрольных работ по статистике.

2 к.р.	11	10	14	17	16	12	19	15	7	7	8
3 к.р.	11	8	14	15	16	12	16	15	8	10	11

2 к.р.	8	21	19	15	15	13	8	12	13	12	11
3 к.р.	12	18	18	12	18	10	9	6	6	10	11

Постройте и сравните гистограммы для каждой контрольной.

2. В лесном парламенте 32 членов. Там заседают фракции Тигра (11 голосов), и 3 фракции Зайцев (по 7 голосов у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается $2/3$ голосов.

3. Вероятность того, что случайным образом выбранный из картотеки Лидии жених будет умным 0,8, красивым 0,7, и красивым и умным 0,6. Какова вероятность того, что жених будет или красивым или умным?

4. Фирма может выполнить работы на 4-х объектах из 7. Сколькими различными способами она может выбрать эти объекты?

5. Брошены 2 игральные кости. Какова вероятность того, что на 2-х костях выпало 10 очков, если известно, что на одной кости выпало меньше 4-х очков?

6. В группе 7 парней и 10 девушек. Преподаватель задал 5 вопросов. Определите вероятность того, что на 2 вопроса ответила 1 девушка, на 2 – 1 парень.

7. Вложив деньги в новую компанию можно получить доход определяемый таблицей

Доходность, %	35	11	0	-10
Вероятность	0,2	0,5	0,25	?

Найдите: а) ожидаемую доходность; б) стандартное отклонение (риск).

8. В лотерее на 20 билетов разыгрываются 5 выигрышей, стоимость каждого 200 сомов. Составить закон распределения суммы выигрыша и ее математическое ожидание для лица, имеющего 3 билета?

9. На факультете 40 брюнетов, 25 блондинов, 20 шатенов и 15 рыжих. Определите вероятность того, что в случайным образом составленной группе из 10 человек будет менее 2 рыжих.

10. Популярная марка сигарет содержит в среднем 10 мг дёгтя в одной сигарете. Предположим, что $\sigma = 0,8$ мг для распределения дёгтя в сигарете. Чему равна вероятность того, что в случайным образом выбранной сигарете будет меньше 11 мг и больше 10,2 мг дёгтя?

11. Когда у Айзады хорошее настроение, то она ставит зачет с вероятностью 0,9. Если она будучи в хорошем настроении принимает зачет на потоке из 80 студентов, то какова вероятность того что зачет получат от 70 до 75 студентов?

12. Количество баллов полученных на контрольной работе по статистике есть нормальная случайная величина. Если 20% слушателей имеют более 17 баллов, а 10% меньше 10 баллов, то чему равно среднее значение и стандартное отклонение?

13. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что средний вес контейнера 4,5 тонн, стандартное отклонение 0,6 тонн. Найдите значение среднего веса контейнера в выборках из 36 контейнеров, меньше которого 40% средних выборочных значений.

14. Время, которое тратит Гульзат на домашнюю работу, распределено равномерно от 2 до 3 часов. Определите вероятность того, что в каждый из 2-х независимым образом выбранных дней она потратит на домашнюю работу больше чем 2 часа 45 минут?

15. Время, которое тратит Мейманбек на размышления о судьбах республики ежедневно, подчиняется показательному распределению со средним значением 30 минут. Определите вероятность того, что в случайным образом выбранный день он потратит менее чем за 2 часа.

16. Проводится опрос населения для определения доли людей склонных вступить в партию поклонников Ольги. Если мы хотим построить 94% доверительный интервал для оценки генеральной доли населения, склонных вступить в партию поклонников Ольги, и при этом обеспечить

максимальную погрешность, не превышающую 4%, то каким должен быть объем выборки?

17. Время, которое Канаатбек ежедневно тратит на размышления о достоинствах и недостатках различных девушек является нормальной случайной величиной со средним значением 22 минуты. Если по его словам это время колеблется в пределах от 10 до 34 минут, то чему равна вероятность того, что в случайным образом выбранный день он потратит на эти размышления от 15 до 23 минут?

18-19. Группа слушателей курсов ЕДНЕТ протестирована до и после прослушивания курса статистики. Результаты представлены ниже.

Слушатель	1	2	3	4	5	6	7	8
Тест 1	98	94	117	99	108	105	99	100
Тест 2	99	96	113	98	115	109	97	101

а) Найдите 99% доверительный интервал для μ_d – среднего значения генеральной разности баллов, полученных с использованием теста 1 и теста 2;

б) с уровнем значимости 0,01; 0,02 ..., 0,10 проверьте утверждение, о том, что результаты 2-го теста отличаются от результатов 1-го.

20. Из 180 опрошенных человек 28% указали, что они пришли на футбол, потому что на трибунах можно всласть накричаться. Постройте 98% доверительный интервал для генеральной доли тех людей, которые пришли на футбол по указанной причине.

Вариант 0. 2004-2005F

1. Инвестор хочет иметь «портфель» состоящий из акций 3-х различных фирм. Сколькими способами можно это сделать, если доступны акции 9 фирм?

2. "Жульническая" колода карт состоит из 52 королей. Эта колода карт вместе с другими четырьмя стандартными (52 карты, из них 4 короля) колодами лежит в пакете. Из пакета наугад извлекается колода карт и из нее случайным образом вытягивается одна карта.

а) какова вероятность того, что вытянутой картой окажется король;
б) если вытянутой картой оказался король, то какова вероятность того, что эта карта была взята из "жульнической" колоды?

3. Вероятность получения крупного заказа в этом квартале 0,5, финансовых потерь 0,4.

Найдите вероятность получения заказа или потери денег, считая, что эти события:

а) несовместны; б) независимы; в) могут иметь место одновременно с вероятностью 0,3.

4. Вероятность того, что случайным образом выбранный из картотеки жених будет умным 0,6, красивым 0,7, и красивым и умным 0,4. Какова вероятность того, что жених будет красивым, если известно что он умный?

5. Вложив деньги в новую компанию можно получить доход определяемый таблицей

Доходность, %	60	20	0	-40
Вероятность	0,2	0,4	0,25	0,15

Найдите: а) ожидаемую доходность; б) стандартное отклонение (риск).

6. В лотерее на 100 билетов разыгрываются 10 вещей, стоимость каждого 200 сомов. Составить закон распределения суммы выигрыша, и ее математическое ожидание и стандартное отклонение для лица, имеющего два билета?

7. Цех принимает партию из 5000 деталей в том случае, если при проверке 20 из них, выбранных наугад, 19 и более деталей оказываются стандартными. Какова вероятность того, что цех примет партию, содержащую 400 нестандартных деталей?

8. С вероятностью 0,04 оружие при выстреле с дальнего расстояния поражает цель.

Произведено 100 выстрелов. Какова вероятность того, что при этом произошло:

а) 5 попаданий? б) не менее 2 попаданий?

9. Средний вес женщин участвовавших в конкурсе на звание **Миссис Мумба-Юмба 2002** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со стандартным отклонением 10 кг. Зная, что 15,87% женщин участвовавших в конкурсе имели вес меньше чем 80 кг, определите, сколько процентов женщин имели вес больше 105 кг.

10. Средний вес мужчин участвующих в конкурсе на звание **Мистер Мумба-Юмба 2004** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 110 кг и стандартным отклонением 5 кг. Определите, вероятность того, что:

а) двое из 3-х случайным образом выбранных претендентов будут иметь вес больше 112 кг;

б) от 21-го до 23-х из 40 случайным образом выбранных претендентов будут иметь вес меньше 111 кг;

10а. В условиях задачи 10 найдите вероятность того, что средний вес 40, случайным образом выбранных из очень большого числа претендентов, претендентов будет меньше 111 кг. Как изменится ответ, если предположить, что общее число претендентов равно 1000?

11. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 65% контейнеров имеют вес нетто выше 4,9 тонн, а у 55% контейнеров вес нетто меньше 5,2 тонны. Найдите среднее значение и стандартное отклонение веса нетто контейнеров.

12. Найти минимальный объем выборки, при котором с 92,5% уверенностью можно было бы утверждать, что максимальная погрешность оценки среднего значения μ нормально распределенного признака X генеральной совокупности по выборочной средней \bar{x} не превысит 0,1, если известно, что количественный признак меняется в основном от 21,5 до 27,5.

13. Исходя из статистических данных предыдущих конкурсов, Дима считает, что средний вес женщин участвующих в конкурсе на звание **Миссис Мумба-Юмба 2004** есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со стандартным отклонением 10 кг. Из какого уровня доверия он исходил, если, используя выборку объемом 36, он построил доверительный интервал (84,3; 92,9)?

14. Менеджер магазина хочет оценить среднюю дневную выручку. Для этого, из нормально распределенной большой популяции, взята случайная выборка с данными о выручке за 33 дня (в тыс. сомов): 15 дней по 160; 2 дня по 145; 3 дня по 170; 8 дней по 157; 5 дней по 164,8. а) Постройте 96% доверительный интервал для оценки средней дневной выручки.

б) Определите p -значение для проверки утверждения, что выручка меньше 162.

Как изменятся результаты, если предположить что популяция содержит данные о выручке за 150 дней?

15. Некоторая доза нового лекарства, предназначенного для понижения систолического давления в крови, дана 8, случайно взятым, пациентам, у которых перед приемом и после приема лекарства замеры давления. Результаты получились следующими:

До приема	120	136	160	98	115	110	180	190
После	118	122	143	105	98	98	180	175

а) Постройте 95% доверительный интервал для оценки средней разности давления до и после приема лекарства. б) С уровнем значимости 0,01; 0,05; 0,10 проверьте утверждение, что прием лекарства изменил систолическое давление в крови на 4 единицы.

16. Из 150 опрошенных человек 80 указали, что они слушают свою любимую радиостанцию в основном из-за музыки. а) Постройте 98% доверительный интервал для генеральной доли тех людей, которые слушают свою любимую радиостанцию в основном из-за музыки. б) Определите p -значение для проверки утверждения, что число слушающих радиостанцию в основном из-за музыки превосходит число остальных радиослушателей.

17. Проводится опрос населения для определения доли людей склонных голосовать за кандидата от Республиканской партии. Если мы хотим построить 95% доверительный интервал для оценки генеральной доли населения, склонных голосовать за кандидата от Республиканской партии, и при этом обеспечить максимальную погрешность, не превышающую 2%, то каким должен быть объем выборки? Если из данных прошлых опросов мы знаем, что эта доля равна 0,7 то каким будет ответ в этом случае?

18. Для назначения на посты премьера и вице-преьера правительства, президент рассматривает кандидатуры 9 мужчин и 5 женщин. Сколько различных пар может быть выбрано, если уже решено, что вице-премьером будет женщина? Ответьте на подобный вопрос, если должны быть назначены премьер и 2 вице-преьера, причем премьером должен стать мужчина.

19. Группа, состоящая из 4 юношей и 8 девушек, распределяет по жребию 4 билета в театр. Какова вероятность того, что в числе получивших билеты окажется больше девушек, чем юношей?

20. В группе из 10 человек находится одна супружеская пара. Если из этой группы случайным образом выбираются 4 человека, то какова вероятность того, что среди них не будет этой супружеской пары?

0 вариант контрольной работы TeachEx summer2004

1. В группе из 10 человек находятся 6 девушек: Валентина, Гульзат, Каныкей, Рита, Елена и Нурила. Если из этой группы случайным образом выбрать пятерых, то какова вероятность того, что среди выбранных будут:

а) Елена и Нурила; б) 3 девушки; в) хотя бы одна девушка?

2. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что на каждой кости выпало не менее а) 2; б) 5 очков, если известно, что сумма выпавших очков делится на 5.

3. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что на одной кости выпало 2 очка или сумма выпавших очков равна 8.

4. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для 1-го стрелка равна 0,6, для 2-го - 0,7, для 3-го - 0,2.

Найти вероятность

а) одного; б) менее двух; в) четырех

попаданий в цель, если каждый стрелок делает по одному выстрелу.

5. Какова вероятность того, что при случайном расположении в ряд карточек, на которых написаны буквы *a, a, a, n, n, c*, получится слово *ананас*?

6. Буквы, составляющие имя *ГУЛЬНАРА*, написаны на отдельных карточках. Наудачу по одной извлекаются 4 карточки и складывают в ряд друг за другом в порядке появления. Какова вероятность того, что при этом получится слово *ЛУНА*?

7. В группе из 12 человек находятся 4 девушек: Салтанат, Гушат, Нуркамал и Ирина. Если каждый парень из этой группы на день святого Валентина написал 1 открытку и случайным образом отправил одной из девушек, то какова вероятность того, что все открытки попали к:

а) Нуркамал; б) одной девушке?

8. Найти вероятность того, что дни рождения четырех случайно выбранных людей на улице приходятся на:

1) весну; 2) одно и то же время года; 3) разные времена года.

9-10. Имеются три неисправные электрические лампочки и семь исправных. Эти лампочки испытывают одну за другой до тех пор, пока не будут обнаружены все неисправные лампочки. Для испытания одной лампочки нужно 15 секунд. Какова вероятность того, что Чоро успеет обнаружить все неисправные лампочки, если через минуту он должен бежать на свидание? Напишите таблицу распределения числа неисправных лампочек обнаруженных за минуту. Подсчитайте математическое ожидание и стандартное отклонение числа неисправных лампочек обнаруженных за минуту.

11. Султан поручает новому слуге передать поручение одной из 3-х жен. Если, это поручение попадет к Ольге, то оно будет выполнено с вероятностью 0,6, если к Салкын, то с вероятностью 0,7, и с вероятностью 0,3, если к Ларисе. Какова вероятность того, что поручение будет выполнено? Если поручение выполнено, то какова вероятность того, что оно попало к Ларисе?

12. Фирма, сдающая напрокат автомобили в небольшом городе, решает, сколько машин ей следует иметь, чтобы прибыль фирмы была максимальной. Каждая взятая напрокат машина приносит прибыль \$60, а не взятая, \$30 убытка в день. Многолетний опыт фирмы показывает, что за один день могут поступить заявки, только на 5, 6 или 8 автомобилей. Вероятность того, что поступит заявка на 5 автомобилей, равна 0,2, на 6 автомобилей - 0,4, на 8 - 0,4. Сколько автомобилей следует иметь фирме, для того чтобы ее ежедневная прибыль была максимальной?

13. При тестировании студентам предложено 7 вопросов, на каждый из которых даны 2 правильных и 3 неправильных ответа. Для получения хорошей оценки ученикам надо указать не менее 6 правильных ответов. Какова вероятность получения хорошей оценки при простом отгадывании? Какова вероятность более 1-го правильного ответа при простом отгадывании?

14. Среднее число вызовов, поступающих на АТС в одну минуту, равно двум. Найти вероятность того, что за 2 минуты поступит не менее двух вызовов.

15. Известно, что 1% произведенных и проданных калькуляторов имеют дефекты и их должны производители заменить по гарантии. Большая фирма закупила 450 калькуляторов. Какова вероятность того, что пять калькуляторов нужно будет заменить?

16. По оценкам аналитиков, вероятность получения дохода r по акциям А и В задается таблицей:

	<i>A</i>	<i>B</i>
При сильном росте экономики	12%	4%
При небольшом росте экономики	4%	8%
При спаде экономики	-2%	10%

Зная что сильный рост экономики будет с вероятностью 0,2, небольшой с вероятностью 0,45, а спад с вероятностью 0,25, определите ожидаемую

доходность и стандартное отклонение (риск) для акции А, для акции В, а также для портфеля состоящего из 2-х акций А и 3-х акций В. Цены акций одинаковы.

17. Время, которое тратит Татьяна для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 12 до 20 мин. Какова вероятность хотя бы 1-го опоздания в четыре независимым образом выбранных дня если она выходит за 19 минут?

18. Прибор А без сбоев работает 2 часа с вероятностью 0,8. Среднее время работы без сбоев прибора В – 5 часов. Определите вероятности, с которыми эти приборы проработают по 6 часов, если имеет место показательное распределение. Составьте таблицу распределения и определите математическое ожидание и дисперсию числа приборов проработавших без сбоев 6 и более часов.

1 вариант контрольной работы ЕДНЕТ2.3

1. Некоторая фирма содержит небольшой парк микроавтобусов и предоставляет их для обслуживания туристов. Каждый используемый микроавтобус приносит \$100 прибыли, а не используемый - \$50 убытка в день. Известно из опыта фирмы, что в день могут поступить заявки на 2, 3, 4 или 5 микроавтобусов (не более и не менее). Вероятность того, что поступит заявка на 2 микроавтобуса, равна 0,25, на 3 микроавтобуса - 0,3, на 4 - 0,25, на 5 - 0,2. Сколько микроавтобусов следует иметь фирме, чтобы ее ежедневная прибыль была максимальной? Чему равна эта прибыль?

2. Всхожесть семян данного сорта растений оценивается с вероятностью 0,8. Какова вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдут не менее 6?

3. В среднем на телефонной станции заказывают 6 телефонных разговора в течение 10 минут. Какова вероятность того, что будет заказано 2 и более разговоров в течение 5 минут?

4. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения каждого изделия в пути равна 0,0003. Какова вероятность того, что по прибытию на базу число поврежденных изделий будет не более 2?

5. Предположим, что содержание никотина в сигарете есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением $\mu = 1$ мг и стандартным отклонением $\sigma = 0,2$ мг. Найти вероятность того, что в случайно взятой на обследование сигарете содержание никотина будет меньше 1,1 мг.

6. Некоторая производственная фирма заключила контракт на производство шарикоподшипников. Анализ продукции показал, что диаметр производимых шариков есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 25,1 мм и стандартным отклонением 0,25 мм. Если 5% шариков с наибольшими диаметрами (их диаметры больше некоторого значения) и 3% шариков с наименьшими

диаметрами (их диаметры меньше некоторого значения) идут в брак, то каковы верхний и нижний пределы допустимых диаметров?

7. Игральную кость бросают 500 раз. Какова вероятность того, что меньше 3-х очков при этом выпадет не менее 176 раз, но не более 190 раз?

8. Время, затрачиваемое на возведение определенного типа здания, считается случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Известно, что в 75% случаев срок, требуемый на возведение здания, оказывается меньшим 12 месяцев, а в 40% случаев строительство заканчивается менее чем за 11 месяцев. Найти среднее значение и стандартное отклонение срока возведения этого типа здания.

9. Время, которое тратит Гульмира для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 15 до 25 мин. Определите математическое ожидание и стандартное отклонение числа ее опозданий за неделю (5 дней), если она ежедневно будет выходить за 22 минуты до начала работы?

10. Духи **Анар** держатся 24 часа с вероятностью 0,64. Среднее время, которое держатся духи **Чинар** – 10 часов. Определите вероятность, с которой и те и другие духи продержатся 12 часов, считая что имеет место показательное распределение.

11. Популярная марка сигарет содержит в среднем 10 мг дёгтя в одной сигарете. Предположим, что $\sigma = 0,9$ мг для распределения дёгтя в сигарете. Если \bar{x} - среднее содержание дёгтя в сигарете (в мг) в выборке объема 64 из большой партии, то чему равно c , если $P(\bar{x} < c) = 0.45$.

2 вариант контрольной работы ЕДНЕТ2.3

1. В лотерее на 100 билетов разыгрываются 3 вещи, стоимости которых 500, 210 и 60 сомов. Составить закон распределения суммы выигрыша и ее математическое ожидание для лица, имеющего два билета?

2. Пусть вероятность того, что наудачу взятая деталь нестандартная, равна 0,1. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 7-ми деталей не более двух окажутся нестандартными.

3. В обеденный перерыв в кафетерий приходят в среднем двое посетителей за 5 минут. Какова вероятность того, что за одну минуту в кафетерий придут более 2-х посетителей?

4. Вес вылавливаемых в пруду рыб подчиняется нормальному закону с математическим ожиданием 435 г и стандартным отклонением 25 г. Найти вероятность того, что вес одной пойманной рыбы будет не более 450 г.

5. В цехе некоторой химической компании машина-автомат разливает антифриз в канистры. Объем антифриза в канистре при этом является нормальной случайной величиной со средним значением 1,5 галлона и стандартным отклонением 0,05 галлона. Определить то значение объема

антифриза, больше которого будут величины объемов антифриза у 70% канистр.

6. С вероятностью 0,04 орудие при выстреле с дальнего расстояния поражает цель. Произведено 100 выстрелов. Какова вероятность того, что при этом произошло не менее 5 и не более 6 попаданий?

7. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 65% контейнеров имеют вес нетто выше 4,9 тонн, а у 25% контейнеров вес нетто меньше 4,2 тонны. Найдите среднее значение и стандартное отклонение веса нетто контейнеров.

8. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения каждого изделия в пути равна 0,003. Какова вероятность того, что по прибытию на базу число поврежденных изделий будет не более 12?

9. Время, которое тратит Нура для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 15 до 23 мин. Определите вероятность, с которой она опоздает 5 раз за 2 месяца (48 дней), если она ежедневно будет выходить за 22,5 минуты до начала работы?

10. Духи **Анар** держатся 12 часов с вероятностью 0,8. Среднее время, которое держатся духи **Чинар** – 10 часов. Определите вероятность, с которой хотя бы одни духи продержатся 24 часа, считая что имеет место показательное распределение.

11. Популярная марка сигарет содержит в среднем 10 мг дёгтя в одной сигарете. Предположим, что $\sigma = 0,9$ мг для распределения дёгтя в сигарете. Если \bar{x} - среднее содержание дёгтя в сигарете (в мг) в выборке объема 64 из большой партии, то чему равна $P(9.9 < \bar{x} < 10.2)$?

3 вариант контрольной работы ЕДНЕТ2.3

1. На пути движения автомашины к пункту назначения 3 светофора. Каждый из них либо разрешает с вероятностью 0,7, либо запрещает с вероятностью 0,3 дальнейшее движение. Найти закон распределения случайной величины числа X пройденных автомашиной светофоров до первой остановки.

2. Цех принимает партию из 1000 деталей в том случае, если при проверке 10 из них, выбранных наугад, 9 и более деталей оказываются стандартными. Какова вероятность того, что цех примет партию, содержащую 40 нестандартных деталей?

3. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт за 2 минуты, равно трем. Найти вероятность того, что за 4 минуты поступит 7 вызовов.

4. Вероятность попадания в мишень примерно 0,001. Какова вероятность того, что при 4000 выстрелов будет не меньше 3 попаданий?

5. Заряд охотничьего пороха отвешивают на весах. Случайная ошибка показаний весов распределена по нормальному закону со стандартным отклонением 0,1 г. Номинальный вес порохового заряда равен 2,3 г. Определить вероятность повреждения ружья, если максимально допустимый вес порохового заряда 2,5 г.

6. Вес женщин в возрасте от 18 до 24 лет нормально распределен со средним значением 132 фунта и стандартным отклонением 25 фунтов (1 фунт = 0,4536 кг). Если случайным образом взяты 250 женщин в возрасте от 18 до 24 лет, то, каково среднее ожидаемое значение числа женщин, вес которых находится в пределах от 100 до 150 фунтов?

7. Согласно сведениям статистического бюро США, 12% мужчин в США имеют степень бакалавра. Если взять наугад 80 мужчин (в США), то какова вероятность того, что, по крайней мере, 10 из них имеют степень бакалавра?

8. Компания, выполняющая грузовые автоперевозки, определила, что 80% автошин марки А выдерживают пробег от 40000 до 60000 км со средним значением $\mu = 50000$ км. Полагая, что величина пробега автошины до износа является нормальной случайной величиной, определить, сколько процентов шин этой марки можно ожидать будут изношены, имея пробег меньший чем 32000 км.

9. Время, которое тратят Наталья и Виктор для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 15 до 25 мин. Составьте закон распределения общего числа их опозданий за 2 дня, если она ежедневно будет выходить за 20 минуты до начала работы, а он за 22?

10. Духи Анар держатся 24 часа с вероятностью 0,64. Среднее время, которое держатся духи Чинар – 10 часов. Определите вероятность, с которой запах от обоих духов улетучится через 12 часов, считая что имеет место показательное распределение.

11. Популярная марка сигарет содержит в среднем 10 мг дёгтя в одной сигарете. Предположим, что $\sigma = 0,9$ мг для распределения дёгтя в сигарете. Если \bar{x} - среднее содержание дёгтя в сигарете (в мг) в выборке объема 64 из большой партии, то чему равна $P(10,1 < \bar{x} < 10,2)$?

4 вариант контрольной работы ЕДНЕТ 2.3

1. Некоторая фирма содержит небольшой парк микроавтобусов и предоставляет их для обслуживания туристов. Каждый используемый микроавтобус приносит \$60 прибыли, а не используемый - \$40 убытка в день. Из опыта фирмы известно, что в день могут поступить заявки на 2, 3, 4 или 5 микроавтобусов (не более и не менее). Вероятность того, что поступит заявка на 2 микроавтобуса, равна 0,25, на 3 микроавтобуса - 0,4, на 4 - 0,25, на 5 - 0,1. Сколько микроавтобусов следует иметь фирме, чтобы ее ожидаемая ежедневная прибыль была максимальной? Чему равна эта прибыль?

2. Всхожесть семян данного сорта растений оценивается с вероятностью 0,6. Какова вероятность того, что из 7 посеянных семян взойдут не менее 2?

3. В среднем на телефонной станции заказывают 6 телефонных разговора в течение 10 минут. Какова вероятность того, что будет заказано 2 и более разговоров в течение 2 минут?

4. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения каждого изделия в пути равна 0,003. Какова вероятность того, что по прибытию на базу число поврежденных изделий будет не более 5?

5. Предположим, что содержание никотина в сигарете есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением $\mu = 1$ мг и стандартным отклонением $\sigma = 0,2$ мг. Найти вероятность того, что в каждой из 2-х случайно взятых на обследование сигаретах, содержание никотина будет меньше 1,3 мг.

6. Некоторая производственная фирма заключила контракт на производство шарикоподшипников. Анализ продукции показал, что диаметр производимых шариков есть случайная величина, распределенная по нормальному закону со средним значением 25,1 мм и стандартным отклонением 0,25 мм. Если 5% шариков с наибольшими диаметрами (их диаметры больше некоторого значения) и 13% шариков с наименьшими диаметрами (их диаметры меньше некоторого значения) идут в брак, то каковы верхний и нижний пределы допустимых диаметров?

7. Две игральные кости бросают 144 раза. Какова вероятность того, что меньше 3-х очков при этом выпадет не менее 3 раз?

8. Время, затрачиваемое на возведение определенного типа здания, считается случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Известно, что в 70% случаев срок, требуемый на возведение здания, оказывается меньшим 12 месяцев, а в 45% случаев строительство заканчивается менее чем за 11 месяцев. Найти среднее значение и стандартное отклонение срока возведения этого типа здания.

9. Время, которое тратит Гульмира для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 15 до 25 мин. Определите математическое ожидание и дисперсию числа ее опозданий за неделю (5 дней), если она ежедневно будет выходить за 21 минуты до начала работы?

10. Духи **Венера** держатся 12 часов с вероятностью 0,4. Среднее время, которое держатся духи **Чолпон** – 8 часов. Определите вероятность, с которой только одни духи продержатся 24 часа, считая, что имеет место показательное распределение, а события независимы.

11. По оценкам аналитиков, вероятность получения дохода r по акциям А и В задается таблицей:

	<i>A</i>	<i>B</i>
При сильном росте экономики	20%	2%
При небольшом росте экономики	12%	8%
При спаде экономики	-5%	10%

Зная что сильный рост экономики будет с вероятностью 0,2, небольшой – 0,5, а спад с вероятностью 0,3, определите ожидаемую доходность и стандартное отклонение (риск) для портфеля состоящего из 2-х акций А и одного В. Цены акций одинаковы.

5 вариант контрольной работы ЕДНЕТ2.3

1. В лотерее на 100 билетов разыгрываются 2 вещи, стоимости которых 500 и 60 сомов. Составить закон распределения суммы выигрыша и ее математическое ожидание для лица, имеющего два билета?

2. Пусть вероятность того, что наудачу взятая деталь нестандартная, равна 0,01. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 70-и деталей не более двух окажутся нестандартными.

3. В обеденный перерыв в кафетерий приходят в среднем трое посетителей за 5 минут. Какова вероятность того, что за две минуты в кафетерий придут более 3-х посетителей?

4. Вес вылавливаемых в пруду рыб подчиняется нормальному закону с математическим ожиданием 435 г и стандартным отклонением 25 г. Найти вероятность того, что вес одной пойманной рыбы будет не более 450 г.

5. В цехе некоторой химической компании машина-автомат разливает антифриз в канистры. Объем антифриза в канистре при этом является нормальной случайной величиной со средним значением 1,5 галлона и стандартным отклонением 0,05 галлона. Определить то значение объема антифриза, больше которого будут величины объемов антифриза у 70% канистр.

6. С вероятностью 0,4 орудие при выстреле с дальнего расстояния поражает цель. Произведено 10 выстрелов. Какова вероятность того, что при этом произошло 2 попадания?

7. Вес товаров, отправляемых в контейнерах определенного размера, есть случайная величина, распределенная по нормальному закону. Известно, что 65% контейнеров имеют вес нетто выше 4,9 тонн, а у 25% контейнеров вес нетто меньше 4,6 тонны. Найдите среднее значение и стандартное отклонение веса нетто контейнеров.

8. Завод отправил на базу 5000 доброкачественных изделий. Вероятность повреждения каждого изделия в пути равна 0,003. Какова вероятность того, что по прибытию на базу число поврежденных изделий будет не более 14?

9. Время, которое тратит Гульнара, для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 15 до 23 мин. Определите вероятность, с которой она опоздает 2 раза за 2 недели (10 дней), если она ежедневно будет выходить за 22 минуты до начала работы?

10. Духи **Гульнур** держатся 24 часа с вероятностью 0,81. Среднее время, которое держатся духи **Чолпон** – 8 часов. Определите вероятность, с которой

хотя бы одни духи продержатся 12 часов, считая, что имеет место показательное распределение, а события независимы.

11. По оценкам аналитиков, вероятность получения дохода r по акциям А и В задается таблицей:

	<i>A</i>	<i>B</i>
При сильном росте экономики	20%	4%
При небольшом росте экономики	12%	8%
При спаде экономики	-5%	10%

Зная что сильный рост экономики будет с вероятностью 0,2, небольшой – 0,5, а спад с вероятностью 0,3, определите ожидаемую доходность и стандартное отклонение (риск) для портфеля состоящего из 3-х акций А и одного В. Цены акций одинаковы.

6 вариант контрольной работы ЕДНЕТ2.3

1. Некоторая фирма содержит небольшой парк микроавтобусов и предоставляет их для обслуживания туристов. Каждый используемый микроавтобус приносит \$50 прибыли, а не используемый - \$40 убытка в день. Из опыта фирмы известно, что в день могут поступить заявки на 3, 4, 5 или 7 микроавтобусов (не более и не менее). Вероятность того, что поступит заявка на 3 микроавтобуса, равна 0,2, на 4 микроавтобуса - 0,5, на 5 - 0,2, на 7 - 0,1. Сколько микроавтобусов следует иметь фирме, чтобы ее ожидаемая ежедневная прибыль была максимальной? Чему равна эта прибыль?

2. Цех принимает партию из 1000 деталей в том случае, если при проверке 10 из них, выбранных наугад, 9 и более деталей оказываются стандартными. Какова вероятность того, что цех примет партию, содержащую 50 нестандартных деталей?

3. Среднее число заказов такси, поступающих на диспетчерский пункт за 2 минуты, равно трем. Найти вероятность того, что за 3 минуты поступит 5 вызовов.

4. Вероятность попадания в мишень примерно 0,01. Какова вероятность того, что после 4000 выстрелов будет не меньше 30 попаданий?

5. Заряд охотничьего пороха отвешивают на весах. Случайная ошибка показаний весов распределена по нормальному закону со стандартным отклонением 0,1 г. Номинальный вес порохового заряда равен 2,3 г. Определить вероятность повреждения ружья при двух выстрелах, если максимально допустимый вес порохового заряда 2,5 г.

6. Вес женщин в возрасте от 18 до 24 лет нормально распределен со средним значением 132 фунта и стандартным отклонением 25 фунтов (1 фунт = 0,4536 кг). Если случайным образом взяты 450 женщин в возрасте от 18 до 24 лет, то, какова дисперсия числа женщин, вес которых находится в пределах от 100 до 150 фунтов?

7. Согласно сведениям статистического бюро страны Эмилия, 5% мужчин в Эмилии имеют степень магистра. Если взять наугад 80 мужчин (в

Эмилии), то какова вероятность того, что, по крайней мере, 3 из них имеют степень бакалавра?

8. Компания, выполняющая грузовые автоперевозки, определила, что 77% автошин марки А выдерживают пробег от 65000 до 95000 км со средним значением $\mu = 80000$ км. Полагая, что величина пробега автошины до износа является нормальной случайной величиной, определить, сколько процентов шин этой марки можно ожидать будут изношены, имея пробег меньший, чем 82000 км.

9. Время, которое тратят Елена и Виктор для того чтобы добраться от дома до работы, распределено равномерно от 12 до 24 мин. Составьте закон распределения общего числа их опозданий за 2 дня, если она ежедневно будет выходить за 20 минуты до начала работы, а он за 22?

10. Духи Карлыгаш держатся 44 часа с вероятностью 0,49. Среднее время, которое держатся духи Назира – 20 часов. Определите вероятность, с которой запах от обоих духов улетучится через 22 часа, считая, что имеет место показательное распределение, а события независимы.

11. По оценкам аналитиков, вероятность получения дохода r по акциям А и В задается таблицей:

	<i>A</i>	<i>B</i>
При сильном росте экономики	20%	4%
При небольшом росте экономики	12%	8%
При спаде экономики	-5%	10%

Зная что сильный рост экономики будет с вероятностью 0,2, небольшой – 0,7, а спад с вероятностью 0,1, определите ожидаемую доходность и стандартное отклонение (риск) для портфеля, состоящего из одной 10 акций А и 10 акций В. Цены акций одинаковы.

0 вариант контрольной работы TEACHEX2004.SUM

1. Объем продаж магазина «Индира» за последние 50 рабочих дней приведен ниже (тыс. сом)

22.1	26.3	22.9	28.4	22.2	24.5	22.7	21.3	22.8	25.6
22.6	29.1	25.4	24.5	25.3	27.2	24.2	23.7	26.7	23.6
25.0	24.6	24.2	23.0	26.3	23.7	21.1	23.0	24.0	25.8
27.5	24.0	25.2	24.4	22.2	20.9	25.1	23.0	24.0	23.8
23.4	24.5	21.4	22.5	27.6	23.1	28.9	21.8	23.9	25.7

Постройте гистограмму, разбив область на 9 частей. Определите моду, медиану, приближенное значение среднего арифметического, размах, межквартильный размах.

2. Фермерское хозяйство решает выбрать один из двух сортов пшеницы для будущего сева. В прошлый раз традиционный сорт был посеян на 16

полях и дал урожай (в ц.) 31; 29; 30; 33; 29; 30; 29; 31; 29; 33; 35; 30; 30; 30; 29; 30 с 1 гектара соответствующего поля. Новый сорт был посеян на 12 полях и показал следующие результаты: 33; 32; 31; 31; 32; 31; 29; 32; 32; 32; 13; 32. Считая, что все поля имели одинаковый размер, определите средние значения и разброс для каждого сорта и выберите сорт.

3. В условиях предыдущей задачи определите средние значения для нового сорта, считая, что первые 4 поля имели площадь по 56 га, следующие 5 – по 70 га, оставшиеся - по 40 га.

4. Если совокупность чисел имеет среднее арифметическое равное 9 и его размах равен 5, то в каких пределах могут быть его элементы?

5. Если совокупность состоящая из 7 чисел имеет среднее арифметическое равное 100, 6 элементов равны, соответственно 115; 21; 9; -32; 144; -7, то чему равен 7-й элемент?

6. Если совокупность чисел, характеризующая ежегодный урожай зерна (в тыс. тонн) имеет среднее арифметическое равное 200 и стандартное отклонение 20, то нужно ли застраховаться от ситуации, при которой будущий урожай будет меньше чем 164?

7. В совете директоров фирмы 5 членов, каждый имеет 1 голос, решение принимается $\frac{2}{3}$ голосов. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Какими будут ответы, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

8. Асан, Усен и Улан создали акционерное общество. Зная, что Асан имеет 4, Усен - 5 и Улан – 6 акций, определите силу при голосовании каждого из них.

Как изменится ответ в задаче, если Усен продаст 1 акцию Улану?

Как изменится ответ в задаче, если Усен и Асан продадут по 1-й акции Улану?

Как изменятся ответы, если решение должно быть принято $\frac{2}{3}$ всех голосов?

9. В лесном парламенте 31 членов. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), и 3 фракции Зайцев (по 7 голосов у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается большинством голосов.

10. Для назначения на посты премьера и вице-премьера правительства, президент рассматривает кандидатуры 9 мужчин и 5 женщин. Сколько различных пар может быть выбрано, если уже решено, что вице-премьером будет женщина? Ответьте на подобный вопрос, если должны быть назначены премьер и 2 вице-премьера, причем одним из вице-премьеров должна стать женщина.

11. На 1-ой прямой отмечены 6 различных точек. На 2-ой прямой, параллельной 1-ой, отмечены 5 различных точек. Сколько треугольников с вершинами в этих точках можно построить?

12. Сколькими способами можно расставить на полке 4 зеленые и 4 красные книги, если две

а) определенные; б) одноцветные книги не должны стоять рядом?

13. Девушки собрали картотеку на 40 потенциальных женихов. Из них 15 богатых, 3 богатых и красивых. Сколько красивых женихов в этой картотеке, если небогатых и некрасивых 15?

14. Девушки собрали картотеку на 250 потенциальных женихов. Из них 25 умные, богатые и красивые. 100 женихов красивые; 99 – умные; 100 – богатые. Умные и красивые – 40; красивые и богатые – 43, умные и богатые – 32. Определите сколько женихов будут обладать не более чем одним из перечисленных качеств?

15. Девушки собрали картотеку на 80 потенциальных женихов. Из них 15 богатых и красивых. Зная, что в картотеке число красивых женихов в 3 раза больше числа богатых, а женихов не обладающих указанными качествами 35, определите сколько женихов будут красивыми?

1 вариант TEASHEX2004.SUM

1. Объем продаж магазина «Лариса» за последние 50 рабочих дней приведен ниже (тыс. сом)

420	750	410	520	604	810	610	770	690	840
346	670	505	380	660	515	860	654	550	465
528	446	725	632	740	590	694	424	649	540
745	760	555	756	682	330	785	575	835	485
490	802	625	437	520	440	584	610	710	560

Постройте гистограмму, разбив область на 8 частей.

2. Имеются следующие данные о количестве стаканов чая выпитых слушателями ЕДНЕТ представленные Леной:

Дни	9 авг.	10авг.	11авг.	12авг.	13авг.	16авг.	17авг.	18авг.	19авг.
Стаканы	62	53	58	55	52	60	62	50	65

Определите моду, медиану, межквартильный размах и дисперсию.

3. Фермер анализирует урожайность пшеницы. В прошлый раз были засеяны 6 полей и урожай (ц/га) составил, соответственно: 31; 29; 30; 33; 29; 30. Чему равны средние значения, если первые 2 поля имели площадь по 56 га, следующие: 70 га, 60 га, 80 га и 40 га.

4. Если у совокупности состоящей из 10 чисел, 9 элементов равны, соответственно 115; 21; 9; 21; 144; 9; 9; 121; 55, то чему может быть равна мода?

5. Если совокупность состоящая из 7 чисел имеет среднее арифметическое равное 161, 6 элементов равны, соответственно 34; 21; 9; -32; 144; -7, то чему равен 7-й элемент?

6. Проверьте справедливость неравенства Чебышева при $z = 2$, используя данные задачи 2.

7. В совете директоров фирмы 5 членов, каждый из рядовых членов имеет 1 голос, председатель

2 голоса, всего 6 голосов, решение принимается $3/4$ голосов.

Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Какими будут ответы, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

8. Ызат, Салкын, Назгуль и Кенешбек создали акционерное общество.

Зная, что Ызат имеет 4, Салкын – 5, Назгуль – 6, Кенешбек – 6 акций, решение принимается большинством голосов, определите силу при голосовании каждого из них.

9. В лесном парламенте 31 членов. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), и 3 фракции Зайцев (по 7 голосов у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается $2/3$ голосов.

10. Сколько разных «слов» можно составить, используя все буквы слова **САЛТАНАТ**?

11. По данным, имеющимся у Лидии на 12 августа 2004, на 4 курса летней школы записалось 92 слушателя. Более подробные сведения о выборе слушателей, представлены в таблице:

статистика	45
теория игр	45
эконометрика	59
статистика и теория игр	20
эконометрика и теория игр	20
статистика и эконометрика	35
статистика, эконометрика и теория игр	10

Сколько слушателей записалось только на теорию отраслевых рынков?

12. В магазине имеются 15 автомобилей, из них 4 зеленых. Сколько наборов, состоящих из 5 автомобилей, среди которых ровно 2 зеленых можно составить?

2 вариант TEACHEX2004.SUM

1. Объем продаж фирмы «Иборат» за последние 50 рабочих дней приведен ниже (тыс. сом)

450	750	410	520	604	510	610	770	690	540
346	670	505	370	660	515	460	654	550	465
528	446	725	632	720	599	694	424	649	540
765	766	535	756	682	330	785	575	635	485
490	602	625	437	520	440	584	610	710	560

Постройте гистограмму, разбив область на 9 частей.

2. Имеются следующие данные о количестве стаканов чая выпитых слушателями ЕДНЕТ представленные Леной:

Дни	9 авг.	10 авг.	11 авг.	12 авг.	13 авг.	16 авг.	17 авг.	18 авг.
Стаканы	60	59	58	55	56	40	72	60

Определите медиану, среднее арифметическое значение, размах и стандартное отклонение.

3. Фермер анализирует урожайность пшеницы. В прошлый раз были засеяны 7 полей и урожай (ц/га) составил, соответственно: 29; 31; 29; 33; 35; 30; 34. Чему равны средние значения, если первые 3 поля имели площадь по 56 га, следующие: 70 га, 65 га, 80 га и 40 га.

4. Если у совокупности состоящей из 7 чисел, 6 элементов равны, соответственно 115; 21; 9; -32; 144; -7, то в каких пределах может меняться число равное медиане?

5. Если совокупность состоящая из 10 чисел имеет среднее арифметическое равное 62, 9 элементов равны, соответственно 10; 60; 3; 15; 21; 9; 32; 14; -254, то чему равен 10-й?

6. Проверьте справедливость неравенства Чебышева при $z = 3$, используя данные задачи 2.

7. По данным, имеющимся у Лидии на 12 августа 2004, на 4 курса летней школы записалось 92 слушателя. Более подробные сведения о выборе слушателей, представлены в таблице:

статистика	45
теория игр	45
эконометрика	59
статистика и теория игр	20
эконометрика и теория игр	20
статистика и эконометрика	35
только теорию отраслевых рынков	9

Сколько слушателей выбрало статистику, эконометрику и теорию игр?

8. Светлана, Айнура и Улан создали акционерное общество. Зная, что Светлана имеет 4, Айнура – 5, Улан – 9 акций, решение принимается $\frac{2}{3}$ всех голосов, определите силу при голосовании каждого из них.

9. В лесном парламенте 38 членов. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), и 4 фракции Зайцев (по 7 голосов у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается большинством голосов.

10. Сколько разных «слов» можно составить, используя все буквы слова **ВАЛЕНТИНА**?

11. При тестировании студентам предложено 10 вопросов, на каждый из которых даны 1 правильный и 1 неправильный ответ. Сколько различных вариантов заполнения бланка ответов, в которых имеется ровно 8 правильных ответов, существует?

12. В магазине имеются 12 автомобилей, из них 4 зеленых. Сколько наборов, состоящих из 5 автомобилей, среди которых меньше 2 зеленых, можно составить?

3 вариант TEACHEX2004.SUM

1. Объем продаж фирмы «Эльмира» за последние 50 рабочих дней приведен ниже (тыс. сом)

427	750	410	520	604	510	610	770	690	540
546	670	505	470	660	515	460	654	550	465
528	446	725	662	720	590	694	424	649	540
765	760	535	756	682	530	785	595	635	485
490	602	655	437	520	440	584	610	710	560

Постройте гистограмму, разбив область на 8 частей.

2. Сколько слушателей, согласно данным, имеющимся у Лидии на 12 августа 2004, записа-лось на 4 курса летней школы, если сведения о выборе слушателей, представлены в таблице:

статистика	45
теория игр	45
эконометрика	42
статистика и теория игр	20
эконометрика и теория игр	20
статистика и эконометрика	35
статистика, эконометрика и теория игр	15
только теорию отраслевых рынков	9

3. Фермер анализирует урожайность пшеницы. В прошлый раз были засеяны 6 полей и урожай (ц/га) составил, соответственно: 33; 35; 30; 30; 30;

29. Чему равны средние значения, если первые 2 поля имели площадь по 56 га, следующие: 70 га, 65 га, 80 га и 40 га.

4. Если у совокупности состоящей из 10 чисел, 9 элементов равны, соответственно 115; 21; 9; 21; 144; 9; 9; 21, 55 то чему может быть равна мода?

5. Если совокупность состоящая из 8 чисел имеет среднее арифметическое равное 61, 7 элементов равны, соответственно 34; 115; 21; 9; -32; 144; -7, то чему равен 8-й элемент?

6. Проиллюстрируйте неравенство Чебышева при $z = 1$, используя набор чисел $\{(-1)^n, n = 1, 2, \dots, 12\}$.

7. В совете директоров фирмы 5 членов, каждый из рядовых членов имеет 1 голос, председатель 3 голоса, всего 7 голосов, решение принимается 2/3 голосов. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Какими будут ответы, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

8. Нина, Галина и Арутюн создали акционерное общество.

Зная, что Нина имеет 4, Галина – 5, Арутюн – 9 акций, решение принимается 3/4 голосов, определите силу при голосовании каждого из них.

9. В лесном парламенте 59 членов. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), и 7 фракций Зайцев (по 7 голосов у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается большинством голосов.

10. Сколько разных «слов» можно составить, используя все буквы слова змеед?

11. При тестировании студентам предложено 10 вопросов, на каждый из которых даны 1 правильный и 3 неправильных ответа. Сколько различных вариантов заполнения бланка ответов существует?

12. В магазине имеются 12 автомобилей, из них 7 зеленых. Сколько наборов, состоящих из 7 автомобилей, среди которых больше 5 зеленых, можно составить?

0 вариант контрольной работы ЕДНЕТ2.2

1. Объем продаж магазина «Октябрь» за последние 45 дней приведен ниже (тыс. сом)

223	263	228	284	222	245	227	233	228
226	271	254	245	253	272	242	237	267
250	246	242	230	263	237	271	230	240
275	240	252	244	222	269	251	230	240
234	245	254	225	276	231	289	257	239

Постройте гистограмму, разбив область на 7 частей. Определите медиану, моду, размах и межквартильный размах.

2. Фермерское хозяйство решает выбрать один из двух сортов пшеницы для будущего сева. В прошлый раз традиционный сорт был посеян на 16

полях и дал урожай (в ц.) 31; 29; 30; 33; 29; 30; 29; 31; 29; 33; 35; 30; 30; 30; 29; 30 с 1 гектара соответствующего поля. Новый сорт был посеян на 12 полях и показал следующие результаты: 33; 32; 31; 31; 32; 31; 29; 32; 32; 32; 13; 32. Считая, что все поля имели одинаковый размер, определите средние значения и разброс для каждого сорта и выберите сорт.

3. В условиях предыдущей задачи определите средние значения для нового сорта, считая, что первые 4 поля имели площадь по 56 га, следующие 5 – по 70 га, оставшиеся - по 40 га.

4. Если совокупность чисел имеет а) моду; б) медиану; в) среднее арифметическое равно 11 и ее размах равен 5, то в каких пределах могут быть ее элементы?

5. Если совокупность, состоящая из 7 чисел, имеет среднее арифметическое равно 100, 6 элементов равны, соответственно, 115; 21; 9; -132; 144; -7, то чему равен 7-й элемент?

6. Если совокупность чисел, характеризующая ежегодный урожай зерна (в тыс. тонн) имеет среднее арифметическое равно 200, а, по крайней мере, 75% чисел лежит в пределах от 160 до 240, то чему равно стандартное отклонение?

7. В совете директоров фирмы 5 членов, каждый имеет 1 голос, решение принимается $\frac{2}{3}$ голосов. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Какими будут ответы, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

8. Инна, Чолпон и Венера создали акционерное общество. Зная, что Инна имеет 4, Чолпон - 5 и Венера – 6 акций, решение принимается большинством голосов, определите силу при голосовании каждого из них. Как изменится ответ в задаче, если Чолпон продаст 1 акцию Венере? Как изменится ответ в исходной задаче, если Чолпон и Инна продадут по 1-й акции Венере? Как изменятся ответы, если решение должно быть принято $\frac{3}{4}$ всех голосов?

9. В лесном парламенте 52 члена. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), и 6 фракций Зайцев (по 7 голосов у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается большинством голосов.

10. Для назначения на посты премьера и вице-премьера правительства, президент рассматривает кандидатуры 9 мужчин и 5 женщин. Сколько различных пар может быть выбрано, если уже решено, что вице-премьером будет женщина? Ответьте на подобный вопрос, если должны быть назначены премьер и 2 вице-премьера, причем одним из вице-премьеров должна стать женщина.

11. На 1-ой прямой отмечены 6 различных точек. На 2-ой прямой, параллельной 1-ой, отмечены 5 различных точек. Сколько треугольников с вершинами в этих точках можно построить?

12. Сколькими способами можно расставить на полке 4 зеленые и 4 красные книги, если две а) одноцветные; б) определенные книги не должны стоять рядом?

4 вариант ЕДНЕТ 2.2

1-2. Объем продаж магазина «Азима» за последние 45 дней приведен ниже (тыс. сом)

420	750	410	520	604	810	610	770	690
346	670	505	370	660	515	860	654	550
528	446	725	632	720	590	694	424	649
765	760	535	756	682	330	785	575	835
490	802	625	437	520	440	584	610	710

Постройте гистограмму, разбив область на 6 частей.

Определите моду и межквартильный размах?

3. Имеются следующие данные о количестве стаканов кофе выпитых слушателями ЕДНЕТ представленные Леной:

Дни	9 фев.	10 фев	11 фев	12 фев	13 фев	16 фев	17 фев	18 фев
Стаканы	52	63	58	55	52	68	62	60

Определите дисперсию.

4. Фермер анализирует урожайность пшеницы. В прошлый раз были засеяны 6 полей и урожай (ц/га) составил, соответственно: 31; 29; 30; 33; 29; 30. Чему равны медиана и размах величины урожайности, если первые 2 поля имели площадь по 56 га, следующие: 70 га, 160 га, 80 га и 40 га.

5. Если у совокупности состоящей из 10 чисел, 9 элементов равны, соответственно 115; 21; 29; 21; 144; 9; 9; 21, 55 то чему может быть равна мода?

6. Если совокупность состоящая из 8 чисел имеет среднее арифметическое равное 167,

7 элементов равны, соответственно 34; 21; -9; -32; 144; -7, 22, то чему равен 8-й элемент?

7. Если совокупность чисел, характеризующая ежегодный урожай лука (в тыс.т.) имеет среднее арифметическое равное 320, а, по крайней мере, 91,84% чисел лежит в пределах от 306 до 334, то чему равно стандартное отклонение?

8. В совете директоров фирмы 6 членов, каждый из рядовых членов имеет 1 голос, председатель 2 голоса, всего 7 голосов, решение принимается 2/3 голосов. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Какими будут ответы, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

9. В лесном парламенте 28 членов. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), и 3 фракции Зайцев (по 6 голосов у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается $2/3$ голосов.

10. Сколько разных «слов» можно составить, используя все буквы слова **САЛАТНИЦА**?

11. Ко дню святого Валентина Алтынбек купил 5 разных открыток. Каждая из первых двух может быть отправлена по 2-м разным адресам, каждая из оставшихся по трем. Сколько разных вариантов рассылки «валентинок» есть у Алтынбека?

12. В магазине имеются 12 автомобилей, из них 4 зеленых. Сколько наборов, состоящих из 6 автомобилей, среди которых менее 2 зеленых можно составить?

5 вариант ЕДНЕТ2.2

1-2. Объем продаж фирмы «Жылдыз» за последние 45 дней приведен ниже (тыс. сом)

420	750	410	520	604	510	610	770	290
346	670	505	370	660	515	460	654	465
528	246	725	632	720	590	694	424	540
765	760	535	756	682	330	785	575	485
490	602	625	437	520	840	584	810	560

Постройте гистограмму, разбив область на 7 частей. Чему равны медиана и размах?

3. Имеются следующие данные о количестве стаканов чая выпитых слушателями ЕДНЕТ представленные Леной:

Дни	9	10	11	12	13	16	17	18	19
	фев.	фев	фев	фев	фев	фев	фев	фев	фев
Стаканы	60	59	58	55	56	70	62	60	60

Определите стандартное отклонение.

4. Фермер анализирует урожайность пшеницы. В прошлый раз были засеяны 7 полей и урожай (ц/га) составил, соответственно: 29; 31; 29; 33; 35; 30; 34. Чему равны мода и межквартильный размах величины урожайности, если первые 3 поля имели площадь по 36 га, следующие: 70 га, 65 га, 80 га и 40 га.

5. Если у совокупности, состоящей из 7 чисел, 6 элементов равны, соответственно

115; 121; 2; -32; 144; -7, то, в каких пределах может меняться число равное медиане?

6. Если совокупность состоящая из 9 чисел имеет среднее арифметическое равное 60,

8 элементов равны, соответственно 10; 60; 3;15; 21; 32; 14; -254, то чему равен 9-й?

7. Если совокупность чисел, характеризующая ежегодный урожай яблок (в тыс.т.) имеет среднее арифметическое равное 208, а, по крайней мере, 82,64% чисел лежит в пределах от 196 до 220, то чему равно стандартное отклонение?

8. В совете директоров фирмы 6 членов, каждый из рядовых членов имеет 1 голос, председатель 2 голоса, всего 7 голосов, решение принимается большинством голосов. Перечислите все выигрывающие и блокирующие коалиции. Какими будут ответы, если председатель совета директоров имеет право вето – то есть, решение против которого он голосует не может быть принято.

9. Бермет, Динара, Кошой и Улан создали акционерное общество. Зная, что Бермет имеет 4, Динара – 5, Кошой - 6 и Улан – 9 акций, решение принимается $\frac{2}{3}$ всех голосов, определите силу при голосовании каждого из них.

10. Сколько разных «слов» можно составить, используя все буквы слова **ПОЛИТОЛОГИЯ**?

11. При тестировании студентам предложено 10 вопросов, на каждый из которых даны 1 правильный и 3 неправильных ответов. Сколько различных вариантов заполнения бланка ответов существует?

12. В магазине имеются 12 автомобилей, из них 7 зеленых. Сколько наборов, состоящих из 5 автомобилей, среди которых есть зеленые автомобили, можно составить?

02 вариант контрольной работы

1. В группе из 10 человек находятся 5 девушек: Айжан, Айзада, Алиса, Бегай и Инна. Если из этой группы случайным образом выбрать 4-х, то какова вероятность того, что среди выбранных будут:

а) Елена и Назира; б) 2 девушки; в) хотя бы одна девушка?

5. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что на каждой кости выпало не менее

а) 2; б) 5 очков, если известно, что сумма выпавших очков делится на 5.

6. Брошены две игральные кости. Какова вероятность того, что на одной кости выпало 2 очка или сумма выпавших очков равна 8.

7. Три стрелка стреляют в цель независимо друг от друга. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,6, для второго - 0,7, для третьего - 0,2. Найти вероятность а) одного; б) менее двух; в) четырех

попаданий в цель, если каждый стрелок делает по одному выстрелу.

8. Какова вероятность того, что при случайном расположении в ряд карточек, на которых написаны буквы **а, а, а, н, н, с**, получится слово **ананас**?

9. Буквы, составляющие имя **ГУЛЬНУРА**, написаны на отдельных карточках. Наудачу по одной извлекаются 4 карточки и складывают в ряд друг за другом в порядке появления. Какова вероятность того, что при этом получится слово **ЛУНА**?

10. В группе из 12 человек находятся 4 девушек: Салтанат, Гульнур, Виктория и Жылдыз. Если каждый парень из этой группы на день святого Валентина написал 1 открытку и случайным образом отправил одной из девушек, то какова вероятность того, что все открытки попали к: а) Жылдыз; б) одной девушке?

11. Найти вероятность того, что дни рождения четырех случайно выбранных людей на улице приходятся на

1) весну; 2) одно и то же время года; 3) разные времена года.

12-13. Имеются три неисправные электрические лампочки и семь исправных. Эти лампочки испытывают одну за другой до тех пор, пока не будут обнаружены все неисправные лампочки. Для испытания одной лампочки нужно 15 секунд. Какова вероятность того, что Аскар успеет обнаружить все неисправные лампочки, если через минуту он должен бежать на свидание? Напишите таблицу распределения числа неисправных лампочек обнаруженных за минуту. Подсчитайте математическое ожидание и стандартное отклонение числа неисправных лампочек обнаруженных за минуту.

14. Султан поручает новому слуге передать поручение одной из 3-х жен. Если, это поручение попадет к Инне, то оно будет выполнено с вероятностью 0,6, если к Гульзат, то с вероятностью 0,7, и с вероятностью 0,2, если к Азиме. Какова вероятность того, что поручение будет выполнено? Если поручение выполнено, то какова вероятность того, что это сделала Инна?

6 вариант ЕДНЕТ2.2

1-2. Объем продаж фирмы «Анипа» за последние 45 рабочих дней приведен ниже (тыс. сом)

420	750	810	520	604	510	610	770	540
546	670	505	470	660	515	460	654	465
528	446	725	632	720	590	694	424	540
765	760	535	756	682	530	785	575	485
490	602	625	437	520	840	584	610	560

Постройте гистограмму, разбив область на 5 частей. Чему равны медиана и межквартильный размах?

3. Имеются следующие данные о количестве стаканов чая выпитых слушателями ЕДНЕТ представленные Леной:

Дни	9 фев.	10 фев	11 фев	12 фев	13 фев	16 фев	17 фев	18 фев	19 фев
Стаканы	72	60	61	55	52	70	62	60	48

Определите дисперсию.

4. Фермер анализирует урожайность пшеницы. В прошлый раз были засеяны 6 полей и урожай (ц/га) составил, соответственно: 33; 35; 30; 30; 30; 33. Чему равна мода и стандартное отклонение величины урожайности, если первые 2 поля имели площадь по 50 га, следующие: 70 га, 60 га, 40 га и 140 га.

5. Если у совокупности состоящей из 10 чисел, 9 элементов равны, соответственно 115; 21; 9; 21; 144; 9; 9; 21, 55 то чему может быть равна мода?

6. Если совокупность, состоящая из 11 чисел, имеет среднее арифметическое равное 67,

10 элементов равны, соответственно: 34; 15; 21; 9; -32; 100; -7; 5; 9; 200, то чему равен 11-й элемент?

7. Если совокупность чисел, характеризующая ежегодный урожай моркови (в тыс.т.) имеет среднее арифметическое равное 28, а, по крайней мере, 60,94% чисел лежит в пределах от 27,2 до 28,8, то чему равно стандартное отклонение?

8. Жениш, Аман, Гульмира и Серик создали акционерное общество. Зная, что Жениш имеет 4, Аман – 5, Гульмира 8 и Серик – 9 акций, решение принимается большинством голосов, определите силу при голосовании каждого из них.

9. В лесном парламенте 31 членов. Там заседают фракции Тигра (10 голосов), и 7 фракций Зайцев (по 3 голоса у каждой). Определите силу при голосовании каждой фракции, зная, что решение принимается 2/3 голосов.

10. Сколько разных «слов» можно составить, используя все буквы слова **длинношеее**?

11. При тестировании студентам предложено 8 вопросов, на каждый из которых даны 1 правильный и 5 неправильных ответа. Сколько различных вариантов заполнения бланка ответов существует?

12. В магазине имеются 12 автомобилей, из них 6 зеленых. Сколько наборов, состоящих из 7 автомобилей, среди которых больше 5 зеленых, можно составить?

Приложение

В современной экономике все большую значимость приобретает применение основных методов представления и пояснения коммерческой информации. Достаточно взять годовой отчет любого предприятия, чтобы понять, до какой степени статистика и представление данных стали частью

деловой жизни. Все реже встречаются годовые отчеты, не содержащие анализа данных и их представления в графическом виде. Как по форме, так и по содержанию методы представления данных способствуют лучшему пониманию. Качественная информация порождает правильные решения, сама же она существенно выигрывает от грамотного использования и отображения данных. Поэтому для современного руководителя становится важным умение получать, представлять и объяснять данные.



Рис. 1. Процесс принятия решения.

Рис. 1.1 иллюстрирует процесс принятия управленческих решений. Для выполнения конкретной коммерческой задачи осуществляется сбор необходимой информации. Посредством использования методов анализа данных руководитель получает сведения, облегчающие процесс принятия решения.

Методы сбора данных

Обращение к имеющимся материалам

Полученная таким образом информация называется вторичной, так как целью ее сбора не являлось проведение текущего анализа.

Опросные листы

При отсутствии текущей информации методы сбора данных должны быть ориентированы на достижение конкретной цели. Один из очевидных методов сбора так называемых первичных данных состоит в использовании опросных листов. Данный метод сбора данных обеспечивает относительно низкую себестоимость получения данных из большой выборки. Например, опросные листы могут быть использованы для сбора информации об отношении работников предприятия к изменениям в условиях труда и вознаграждения. Опросные листы могут быть различны по типу, например обычные для самостоятельного заполнения (используемые при сборе информации по почте) или для заполнения с подсказкой (когда лицо, проводящее сбор данных, может помочь в разьяснении сути вопросов). Особо тщательно следует подходить к оформлению опросных листов, с тем, чтобы избежать включения в них уводящих, двусмысленных или наводящих вопросов.

Качественное оформление опросных листов лежит в основе сбора надежной и ценной информации. Процесс оформления опросного листа состоит из нескольких основных этапов, а именно:

1. Предварительного опроса или «мозговой» атаки, когда выясняются тип и объем требуемой информации.

2. Составления чернового варианта опросного листа.

3. Проведения внутренней обкатки чернового варианта опросного листа, в том числе первичного анализа формулировок вопросов с целью обеспечения их ясности для ответов.

4. Проведения предварительного сбора данных путем рассылки опросных листов небольшим группам респондентов с целью дальнейшей обкатки формы и содержания.

5. Составления окончательного варианта опросного листа по результатам обкатки и предварительного сбора данных.

6. Проведения основного сбора данных по полной выборке.

Оформление действенных опросных листов и формулирование необходимых вопросов, возможно, станет проще, если вы воспользуетесь следующими рекомендациями:

Цель опросного листа должна быть изложена в его начале или в сопроводительном письме.

Язык вопросов должен быть, по возможности, простым, следует избегать жаргона или технической терминологии.

Количество вопросов должно быть сведено к минимуму.

По возможности следует использовать вопросы, требующие ответа «Да/Нет» или предлагающие несколько вариантов ответа.

Вопросы открытого типа следует использовать в редких случаях и желательно только в конце опросного листа.

Не следует использовать наводящие вопросы.

Следует избегать включения двусмысленных вопросов.

Вопросы личного характера или потенциально шокирующего характера следует включать только при необходимости.

Устные опросы

Устные опросы как метод получения первичной информации более дорогостоящи и трудоемки. Этот метод часто предпочтителен по сравнению с опросными листами при необходимости сбора информации о текущей конъюнктуре. Любая шокирующая, противоречивая информация обычно считается неприемлемой при проведении анкетирования. Так, в примере, приведенном в предыдущем разделе, где речь идет об отношении работников к изменениям в условиях труда и вознаграждения, возможно, более уместно в качестве основного метода сбора данных применить устные опросы. К отрицательным моментам применения данного метода относятся повышенные издержки, большие временные затраты и необходимость привлечения соответствующим образом подготовленных специалистов. Кроме того, скорее всего, объем собранной информации окажется меньше, в силу того, что из-за ограниченности продолжительности проведения опроса придется уменьшить размер выборки.

Наблюдение

В ряде случаев для сбора необходимой информации лучше использовать метод наблюдения. Например, при сборе данных относительно использования различных средств и приспособлений, имеющихся в распоряжении работников ресторанного, гостиничного или рекреационного бизнеса, возможно, лучше провести наблюдения, а не конкретизировать обстоятельства путем устного опроса работников. Более того, наблюдение и отслеживание объектов в непосредственной производственной среде может дать более надежные данные, нежели опрос заинтересованного персонала. Процесс сбора данных включает тщательный отбор критериев, к которым относятся и изложенные ниже, а именно:

Конкретная коммерческая задача.

Определяется целями организации и руководящего состава. Задача, подлежащая рассмотрению, может также зависеть от финансовых ограничений, временных рамок и наличия опыта в проведении соответствующих исследований.

Определение совокупности

Так называемая «генеральная совокупность» включает в себя всех индивидуумов, которые, вероятно, могли бы быть охвачены в ходе проведения исследования. Очертить конкретную (выборочную) совокупность не всегда просто, как это кажется на первый взгляд. Возьмем, к примеру, анализ условий труда и вознаграждения работников. Какая совокупность рассматривается в данном случае? Вполне возможно, что искомая совокупность охватывает всех работников, а может быть, только работников определенного уровня или работающих на конкретном месте. Кроме того, можно расширить рамки совокупности за счет охвата потенциальных работников, например взрослого населения определенной местности, имеющего соответствующие навыки и умения. Все это необходимо четко очертить, прежде чем приступать к сбору требуемой информации.

Основа выбора

Используется для вычленения представительной выборки из уже определенной совокупности. В отношении всех работников такой основой может служить обычная система учета работников. Также в качестве основы можно использовать, например, списки членов профессиональных организаций, клубных учреждений, а возможно, и телефонные справочники или даже списки избирателей. Основа выбора является важным элементом всего процесса и, будучи неверно определенной, способна существенным образом повлиять на пригодность собранной информации. Например, если мы хотим охватить все домашние хозяйства, то телефонный справочник в этом случае не может служить полностью корректной основой. Более того, она, вероятно, наведет нас на неверные выводы, даже если мы ставим целью охватить только телефонизированные домашние хозяйства, так как небольшая часть таких хозяйств не фигурирует в справочнике.

Объем выборки

Количество собранной информации зависит от различных факторов, в том числе использованных методов сбора данных, имеющихся средств, конкретной исследуемой совокупности и требуемой точности результатов. В целом, при условии объективности выборки увеличение объема выборки, скорее всего, повысит надежность полученных результатов.

Уровень активности

Уровень активности представляет собой важный фактор при определении надежности собранных данных. Например, если при объеме выборки в 1000 единиц в ходе обследования достигнут уровень активности, равный только 10%, то это означает, что фактически собранные данные охватывают лишь 100 членов совокупности. Более того, полученные результаты, вероятно, будут основаны на необъективной выборке, не являющейся истинно представительной для данной совокупности. Так, уровень активности при обследованиях с применением самостоятельно заполняемых анкет крайне низок: зачастую он не превышает 10%.

Метод выбора

Обычно используется та или иная разновидность метода «случайного выбора», если только совокупность достаточно большая и все ее члены не могут быть охвачены обследованием. Метод простого случайного выбора состоит в чисто произвольном отборе из данной совокупности. Например, можно пронумеровать всех членов совокупности и произвести наугад выбор номеров. К разновидности данного метода относится метод типического выбора. При этом методе совокупность разбивают на несколько групп, состоящих из членов с общей характеристикой, а затем производится случайный отбор из каждой группы. Таким образом обеспечивается приемлемое представительство от каждой выделенной группы в окончательной выборке. Например, работников предприятия можно разделить на менеджеров, администраторов и технический персонал. Окончательная выборка формируется путем произвольного отбора из каждой группы. При других обстоятельствах можно использовать и другие методы выбора: многоступенчатый, групповой и долевого.

Сведение данных в таблицы

Данные, собранные с использованием вышеизложенных методов, в том виде, в каком они есть, представляют собой «сырую» информацию. Их можно существенно упростить путем сведения в таблицы по группирующим признакам.

Пример 1

Приводимая первичная информация содержит данные об еженедельном жаловании выборки из 40 техников, занятых на крупном промышленном производстве. (Суммы указаны в ф. ст.):

750	410	520	604	810	610	770	690
670	505	370	660	515	860	654	550
446	725	632	720	590	694	424	649
760	535	756	682	330	785	575	835
802	625	437	520	440	584	610	710

Данные в таком виде трудно анализировать. Чтобы они наполнились смыслом, их необходимо свести в таблицу. Стандартный метод представления таких данных заключается в составлении таблицы частот, как это показано ниже. В целях упрощения значения необходимо сгруппировать следующим образом:

а) Найдите наибольшее и наименьшее значения. В нашем примере самая большая цифра — 860 ф. ст., а самая маленькая — 330 ф. ст. Таким образом, мы определили, по крайней мере, общий диапазон таблицы частот.

б) Далее необходимо определиться, каким образом разбить указанный диапазон на группы или интервалы группировки. Как правило, весь диапазон разбивают приблизительно на 5—10 групп. Конечно, это всего лишь рекомендация, и во многих случаях целесообразно проводить разбивку на большее или меньшее число групп. Далее, обычно группы имеют одинаковую интервальную протяженность, что, впрочем, иногда представляет неудобство. Интервалы группировки данных могут быть определены в 100 ф. ст. Таким образом, мы можем подсчитать количество работников, зарабатывающих от 300 до 400 ф. ст., от 400 до 500 ф. ст. и т. д.

Недельное жалование	Количество работников
от 300 до 399 ф. ст.	2
от 400 до 499 ф. ст.	5
от 500 до 599 ф. ст.	9
от 600 до 699 ф. ст.	12
от 700 до 799 ф. ст.	8
от 800 до 899 ф. ст.	4

Рис 1.2. Таблица распределений.

в) Затем можно использовать таблицу распределений для подсчета значений в указанных интервалах, как это показано на рис. 1.2. После этого исходные данные могут быть сведены в таблицу, как это показано ниже:

Недельное жалование (ф.ст.)	300	400	500	600	700	800
Количество работников:	2	5	9	12	8	4

Обратите внимание на форму записи интервалов группировки. Интервал 300— охватывает жалование от 300 ф. ст. и выше, но ниже первой цифры интервала следующей группы, т. е. ниже 400 ф. ст. Если не оговорено иное, подразумевается, что интервалы имеют одинаковую длину. Таким образом, каждая группа в данной таблице представлена интервалом величиной в 100 ф. ст. То есть последняя группа 800— охватывает жалование от 800 ф. ст. и выше, до 900 ф. ст. включительно.

Пример 2

Ежедневный выпуск антидепрессанта «горгонол» производства компании «Хартвудз» за последние пятьдесят рабочих дней приведен ниже. Лекарство выпускается в виде таблеток весом 20 мг, каждая упаковка содержит 36 таблеток. Нижеприведенные цифры показывают количество упаковок (в тыс. ед.), произведенных за рабочую неделю:

24.1	26.3	22.9	28.4	22.2	24.5	22.7	21.3	22.8	25.6
22.6	29.1	25.4	24.5	25.3	23.2	24.2	23.7	26.7	23.6
23.0	24.6	20.2	23.0	26.3	23.7	21.1	23.0	24.0	25.8
27.5	24.0	25.2	24.4	22.2	20.9	25.1	23.0	24.0	23.8
23.4	24.5	21.4	22.5	27.6	23.1	28.9	21.8	23.9	25.7

Из таблицы видно, что в первый обследуемый день объем выпуска составил 24.1 тыс. упаковок. Другими словами, было произведено 24 100 упаковок. Аналогично, во второй день было произведено 26 300 упаковок и так далее за каждый из 50 дней, как это показано.

Объем выпуска колеблется в диапазоне от 20.2 до 29.1.

Таким образом, в окончательном виде таблица частотности выглядит следующим образом:

Ежедневный выпуск продукции (тыс. упаковок)	20	22	24	26	28
Количество дней определенного выпуска	6	19	17	5	3

Данную таблицу можно в дальнейшем использовать для последующего анализа ежедневного объема производства подобно тому, как это будет описано в других разделах данной главы.

Пример 3

Начальнику отдела кадров фармацевтической компании «Хартвудз» была поставлена задача провести анализ показателей невыхода работников на работу.

Ежедневный выпуск продукции (тыс.упаковок)	Точки	Количество дней
20	### /	6
22	### ## #/ ////	19
24	### #/ ## //	17
26	###	5
28	///	3

Рис. 1.3. Таблица распределения объема производства

Количество работников, отсутствовавших на работе за последние 30 дней, приведено ниже:

5	0	15	1	23	6	5	18	8	10
2	10	6	0	0	11	2	13	6	3
19	7	12	1	5	16	0	14	4	8

Такие данные называются дискретными, так как переменная (количество отсутствовавших) может быть представлена только точными значениями, т. е. целыми числами. Для такой переменной интервалы группировки в таблице частот, в отличие от предыдущих примеров, где указывался только нижний предел, обычно имеют и верхние и нижние пределы.

Количество отсутствовавших	Точки	Количество дней отсутствия
0 – 4	### ////	10
5 – 9	### ////	9
10 – 14	### /	6
15 – 19	////	4
20 – 24	/	1

Гистограммы

Гистограмма является самым лучшим средством отображения данных таблиц частот.

Определение. Гистограмма — это диаграмма, используемая для отображения данных из таблицы частот в виде отдельных столбцов.

На рис. 2 представлена гистограмма, отображающая данные по недельному жалованию, которые мы свели в таблицу в предыдущем разделе:

Недельное жалование (ф.ст.)	300	400	500	600	700	800
Количество работников	2	5	9	12	8	4

Каждый столбец гистограммы отображает значение частот для определенного интервала группировки. Например, два работника, получающие от 300 до 400 ф. ст., представлены первым столбцом диаграммы. В общем, размеры столбцов гистограммы пропорциональны отображаемому ими значению частот.

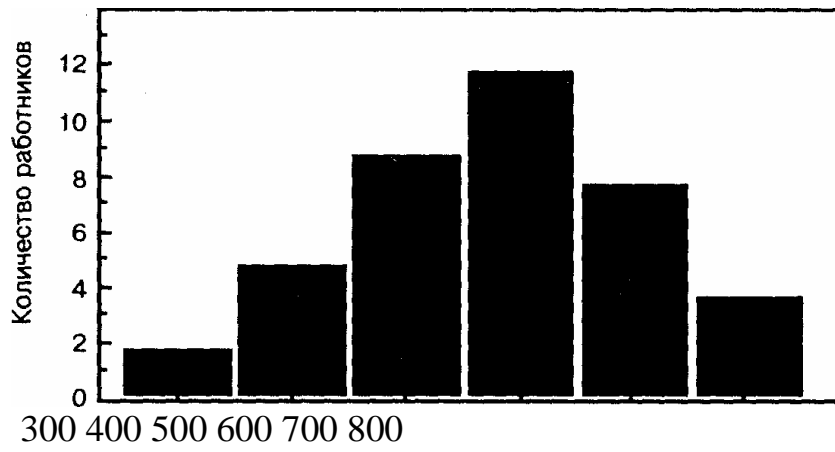


Рис. 2. Гистограмма доходов.

КЫРГЫЗСКАЯ РЕСПУБЛИКА

Основные макроэкономические показатели (в % к предыдущему году)

	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Валовой внутренний продукт	94,6	107,1	109,9	102,1	103,7	105,4	105,3	100,0	107,0	107,1
Продукция промышленности	82	104	140	105	96	106	105	89	117	104
Продукция сельского хозяйства	98	115	112	103	108	103	107	103	103	104
Инвестиции в основной капитал	182	119	96	64	122	137	86	90	93	102
Перевозки грузов	70	108	94	99	115	105	97	105	109	104
Розничный товарооборот	94	102	109	111	101	107	106	109	111	117
Индексы цен производителей промышленной продукции	143	132	130	109	151	130	110	106	107	109
Индексы потребительских цен	143	132	123	110	136	119	107	102	103	104
Экспорт в страны Содружества	121	146	81	72	79	113	81	100,1	119	137
Экспорт в другие страны	119	80	254	99,5	96	110	104	103	120	117
Импорт из стран Содружества	169	138	90	101	59	115	86	126	127	142
Импорт из других стран	157	208	78	147	85	75	82	126	116	117

Основные макроэкономические показатели в 2005 г.
(в % к соответствующему периоду предыдущего года)

	Январь-март	Январь-июнь
Валовой внутренний продукт	102,0	102,4
Продукция промышленности	95,3	90,2
Продукция сельского хозяйства	101,1	98,9
Инвестиции в основной капитал	98	82
Перевозки грузов	99,1	96,1
Розничный товарооборот	107,0	106,1
Индексы цен производителей промышленной продукции	100,9	101,1
Индексы потребительских цен	103,0	104,5
Экспорт в страны Содружества	119,2	114,2
Экспорт в другие страны	96,0	85,3
Импорт из стран Содружества	121,54	114,9
Импорт из других стран	124,2	116,9

© 2005 Межгосударственный статистический комитет СНГ

Основные макроэкономические показатели в 2005 г.

	В процентах к предыдущему месяцу						Ж	З	И	К	Л
	А	Б	В	Г	Д	Е					
Январь	89,5	11,9	59,0	58,7	95,5	101,3	58,4	39,6	88,1	40,856	53,260
Февраль	92,2	218,8	96,1	102,8	100,9	100,0	59,4	58,9	74,0	41,088	54,240
Март	98,4	143,7	112,3	89,0	101,0	100,5	59,6	65,9	78,9	41,291	53,544
Апрель	95,1	146	130,1	111,6	100,4	100,9	61,0	57,6	82,3	41,290	53,38
Май	96,1	79,7	91,0	111,2	99,9	102,2	61,3	50,7	75,4	40,96	51,342
Июнь	100,6	187,6	106,6	109,4	99,5	99,5	61,6	49,5	89,8	40,961	49,442
Июль	118,3	73,8	97,0	110,2	101,4	98,7	63,0	50,3	85,6	40,95	49,50
Август	80,9	156,5	102,2	103,4	100,6	99,4	62,6	40,960	50,459

¹⁾ Исключая грузы, поступающие с железных дорог стран СНГ.

© 2005 Межгосударственный статистический комитет СНГ

А. Продукция промышленности.

Б. Инвестиции в основной капитал.

В. Перевозки грузов железнодорожным транспортом. ¹⁾

Г. Розничный товароборот.

Д. Индексы цен производителей промышленной продукции.

Е. Индексы потребительских цен.

Ж. Численность безработных (на конец месяца, 1000 человек).

З. Экспорт, млн. долларов США.

И. Импорт, млн. долларов США.

К. Курс национальной валюты (сом) за 1 доллар США (на конец месяца).

Л. Курс национальной валюты (сом) за 1 Евро (на конец месяца).

ОТВЕТЫ**Ответы. § 1. Средние значения.**

1. $\mu=21,6$; $Me=21$; $Mo=21$. 2. а). $\mu=10$; $Me=9,5$; $Mo=9,12$., в). $\mu=7,38$; $Me=7$; $Mo=7$. с) $\mu=2,63$; $Me=2,3$; $Mo=2$. 3. а) $\mu=14,67$; $Me=14,5$;

$Mo=14;13;15;16$.

в) $\mu=13,33$; $Me=13,1$; $Mo=11,7;13,6$. с) $\mu=1,23$; $Me=1,35$; $Mo=1,4$

4. Когда ввели премию, работники стали увеличивать выручку, не обращая внимание на расходы. В результате среднее значение прибыли уменьшилось.

5. $Mo=18$ и $Me=21$ $\mu=20,27$ 6. Мээрим пропустила два урока. 7. $68 \leq Me \leq 75$

8. $Mo=6$; Айхан выпивает 6 чашек чая 9. Нет. Модой может быть любое из перечисленных чисел. В случае одной моды ответ $Mo=6$. 10. 509

11. Нужно взять одну шоколадку от 1-й машины, две от 2-й, три от 3-й и так далее. Если бы все машины были в порядке, то вес был бы 1500 грамм. В нашем случае вес будет меньше. Его надо отнять от 1500 и разделить на 5. Ответ даст номер машины, которая разладилась. 12. Взяв по одной шоколадке от каждой машины, можно узнать в какую сторону и на сколько изменился вес шоколадки на перенастроенной машине. А затем поступить как в задаче 11.

§ 2. Средние значение и разброс данных.

1. Размах (P)=4600; Межкв. размах (MP)= 300; $D=933043$; $\sigma=965,94$

2. $P=10$; $MP=5$; $D=10,48$; $\sigma=3,24$

3. а) (Выручка) $P=9$; $MP=3$; $D=5,83$; $\sigma=2,42$

в) (Расходы) $P=7$; $MP=1$; $D=2,83$; $\sigma=1,68$

с) (Прибыль) $P=3$; $MP=1$; $D=9,81$; $\sigma=3,13$

4. Альфа: $Mo=50$; $Me=53$; $\mu=53,38$; $P=4$; $MP=1$;

Бетта: $\mu=54$; $Mo=50$; $Me=53$; $P=20$; $MP=1$.

5. (16): $\mu=30,5$; $P=6$; $MP=2$; (12): $\mu=30$; $P=20$; $MP=1$

6. все числа совокупности равны единице

7. $\mu=21$;

8. а) и б) –нет

9. $85 \leftrightarrow 115$

10. Может

11. $13 \leftrightarrow 37$.

12. Да.

13. (6;14).

14. любые числа

15. любые числа

Ответы § 3.

1. 75%; $Z=2$
2. а) $Z=1$; 0%
б) $Z=2$; 75%
в) $Z=3$; 89%
3. $Z=1,5$; 55,56%
4. $Z=5$; 96%.
5. $Z=2,5$; 84%
6. $Z=4$; (380, 620).

Не стоит, так как соответствующая вероятность не превышает 1/16.

Ответы § 4. 1а.

	1999	2000	2001
Экспорт	88,36%	98,23%	92,7%
Импорт	71,27%	65,85%	55,52%

1б.

	1999	2000	2001
Экспорт	88,36%	111,17%	94,37%
Импорт	71,27%	92,4%	84,32%

1в, 1г.

	1998	1999	2000	2001
Чистый экспорт	-327,9	-145,9	-49,6	8,9

Чистый экспорт за 1998 и 1999 годы имел отрицательное значение. В таких случаях, чем меньше коэффициент, тем лучше.

	1999	2000	2001
Индекс с постоянной базой	44,5%	15,13%	-2,7%
Индекс с переменной базой	44,5%	34%	-17,94%

2.

	февраль	март	апрель
Индекс с постоянной базой	120,4%	139,2%	109,4%
Индекс с переменной базой	120,4%	115,6%	78,6%

3. 343; 346; 342; 338

4. 1)-4)

	Ласпейрес	Пааше	Маршалл-Эджуорт	Фишер
Ценовые индексы с постоянной базой	122,94% ; 146,79%	121,81% ; 146,86%	122,3% ; 146,83%	122,37% ; 146,82%
Ценовые индексы с переменной базой	122,94% ; 108,92%	121,81% ; 108,13%	122,3% ; 108,52%	122,37% ; 108,52%
Индексы физического объема с постоянной базой	83,14% ; 84,3%	83,51% ; 83,98%	83,33% ; 84,13%	83,32% ; 84,14%
Индексы физического объема с переменной базой	83,14% ; 101,91%	83,51% ; 101,17%	83,33% ; 101,52%	83,32% ; 101,54%

6. 105,65%; 26,5 сомов **7** 104,32

Ответы § 5. Ответы Сила при голосовании

ВК - выигрывающие коалиции; БК - блокирующие коалиции.

№1. Всего 4 ВК: {У,К};{У,Б};{К,Б};{У,К,Б}

БК и диктатора нет.

№2. 3 ВК: {У,Б};{К,Б};{У,К,Б}

БК: {Б};{У,К}

Диктатора нет.

№3 Бермет будет диктатором и 4 ВК там, где есть Бермет: {Б};{У,Б};{К,Б};{У,К,Б}. БК

№4.1 ВК: {У,К,Б}

БК: {У};{К};{Б}; {У,К};{У,Б};{К,Б}

№4.2 3 ВК: {У,Б};{К,Б};{У,К,Б}

БК: {Б};{У,К}

Диктатора нет.

№4.3 Всего 5 голосов, для принятия решения нужно 4 голоса.

ВК: {У,Б};{К,Б};{У,К,Б}

БК: {Б};{У,К}

№5. 4 ВК: {А,Усен};{А,Улан};{Усен,Улан};{А,Усен,Улан}

БК и диктатора нет.

№6. ВК: {А,Усен};{А,Улан};{Усен,Улан};{А,Усен,Улан}

БК и диктатора нет.

№7. Улан диктатор, значит ВК все, где есть Улан,

т. е. {А,Улан};{Усен,Улан};{Улан};{А,У,Улан}

№8.5 $15 \cdot \frac{2}{3} = 10$ Выигр. ≥ 10 голосам

ВК: {А,Улан};{Усен,Улан};{А,Усен,Улан}

- БК: {Улан};{А,Усен}
- №8.6 ВК: {А,Улан};{Усен,Улан};{А,Усен,Улан}
БК: {Улан};{А,Усен}
- №8.7 ВК: {А,Улан};{Усен,Улан};{А,Усен,Улан}
БК: {Улан};{А,Усен}
- №9. а) 7 ВК: {А,Т};{Ч,Т};{А,Ч,Т};{А,Ч,Э}{А,Т,Э};{Ч,Т,Э};
{А,Ч,Т,Э}.
БК: {А,Ч};{Т,Э}. Диктатора нет.
б) Если $\frac{3}{4}$ голосов, то выигр. ≥ 15 ($20 \cdot 0.75 = 15$)
ВК: {А,Ч,Т};{Ч,Т,Э};{А,Т,Э};{А,Ч,Т,Э}
БК должна иметь от 6 до 14 голосов т.е. 8 БК
{Т};{А,Ч,};{Ч,Т};{А,Э};{А,Т};{Т,Э};{Ч,Э};{А,Ч,Э}. Диктатора нет.
- №10.5 {А,У};{А,Улан};{У,Улан}.
№10.6 {А,У};{А,Улан};{У,Улан}.
№10.7 {А,У};{Улан}
- №11а Min ВК: {А,Т};{Ч,Т};{А,Ч,Э}; двойственные
{А,Т,Э};{Ч,Т,Э};{А,Ч,Т}
Не min: {А,Ч,Т,Э}
- №11б Min ВК: {А,Ч,Т};{Ч,Т,Э};{А,Т,Э}; двойственная {А,Ч,Т,Э}
- №12 а) ВК: {А,У};{А,У,К};{А,У,Ж};{А,К,Ж};{У,К,Ж};
{А,У,К,Ж}
БК: {А,К};{А,Ж};{У,К};{У,Ж}. Диктатора нет.
б) ВК: {А,У,К};{А,У,Ж};{А,К,Ж};{У,К,Ж};
{А,У,К,Ж}
БК нет, диктатора нет.
- №13 ВК: {Пр,еще 9}...{Пр,еще 14}
БК от 6 до 9 или вето: {Пред.};{Пред,1};...{Пред,и еще 8};
{любой, от 6 до 9 }
- №14 Выигр. ≥ 9
ВК: {5 пост +4 ост.}...{5 пост. +10 ост.}
{4 пост +5 ост.}...{4 пост. +10 ост.}+1 пост. воздерж.
{3 пост +6 ост.}...{3 пост. +10 ост.}+2 пост. воздерж.
- - - - -
{0 пост +9 ост.}...{0 пост. +10 ост.}+ 5 пост. воздерж.
БК: {1 пост +0 ост.}...{1 пост. +10 ост.}
- - - - -
{4 пост +0 ост.}...{4 пост. +10 ост.}
{5 пост + 0 ост.}...{5 пост. +3 ост.}
- №15 $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ различными способами.
№16 $3! = 6$ различными способами.
№17 $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$ различными способами.

- №18 Через $7! = 5040$ дней хозяин начнет кормить их бесплатно,
т.е. через $5040/365 = 13, \dots$ лет хозяин начнет кормить их бесплатно.
- №19 $SS(Y) = 2/6 = 1/3$; $SS(K) = 1/3$; $SS(B) = 1/3$.
- №20 а) $SS(B) = 4/6 = 2/3$; $SS(K) = 1/6$; $SS(Y) = 1/6$.
б) Бермет диктатор. $SS(B) = 6/6 = 1$; $SS(K) = 0$; $SS(Y) = 0$.
- №21 $SS(Y) = 2/6 = 1/3$; $SS(K) = 2/6 = 1/3$; $SS(O) = 2/6 = 1/3$.
- №22 $SS(Y) = 3/6 = 1/2$; $SS(K) = 3/6 = 1/2$; $SS(O) = 0$.
- №23 $21 \cdot 0.5 = 10.5 + 1$ голос = 11,5, значит нужно $\min 12$ голосов. И в этом случае обезьяна не влияет на исход голосования, как в задаче №22
- №24 $SS(L) = 4/6 = 2/3$; $SS(T) = 1/6$; $SS(3) = 1/6$.
- №25 а) $SS(L) = 4 \cdot 5! / 6! = 2/3$; $SS(\text{все фракции ослов}) = 1 - 2/3 = 1/3$;
 $SS(\text{каждая из фракции ослов}) = 1/3 \cdot 1/5 = 1/15$.
б) Если фракции ослов объединятся, то они диктаторы.
- №26 $SS(\text{Фед.}) = 3 \cdot 6! / 7! = 2160 / 5040 = 3/7$; $SS(\text{Все штаты}) = 1 - 3/7 = 4/7$;
 $SS(\text{для любого 1 штата}) = 4/7 \cdot 1/6 = 2/21$.
- №27 а) $SS(\text{Верб.}) = 4 \cdot 7! / 8! = 1/2$; $SS(\text{Все Волы}) = 1 - 1/2 = 1/2$;
 $SS(\text{для каждой партии Волы}) = 1/2 \cdot 1/7 = 1/14$.
б) $SS(\text{Верб.}) = 3 \cdot 7! / 8! = 3/8$; $SS(\text{Все Волы}) = 1 - 3/8 = 5/8$;
 $SS(\text{для каждой партии Волы}) = 5/8 \cdot 1/7 = 5/56$.
в) Если Волы объединятся, то у них будет 14 голосов – диктаторы.
- №28 а) $SS(A) = 2 \cdot 3! / 4! = 1/2$; $SS(Ч) = 2 \cdot 2! / 4! = 1/6$;
 $SS(T) = 2 \cdot 2! / 4! = 1/6$; $SS(Э) = 2 \cdot 2! / 4! = 1/6$
б) $SS(A) = (3! + 2 \cdot 2!) / 4! = (6 + 4) / 24 = 5/12$; $SS(Ч) = 5/12$;
 $SS(T) = 2! / 4! = 1/12$; $SS(Э) = 2! / 4! = 1/12$
- №29 а) $SS(A) = 1/3$; $SS(Y) = 1/3$; $SS(K) = 1/3$; $SS(Ж) = 0$
б) $SS(A) = 1/4$; $SS(Y) = 1/4$; $SS(K) = 1/4$; $SS(Ж) = 1/4$.
в) $SS(A) = 1/4$; $SS(Y) = 1/3$; $SS(K) = 1/4$; $SS(Ж) = 1/6$.
- №30 $SS(\text{Вождь}) = 1/2$; $SS(\text{Шаман}) = 1/6$; $SS(\text{Жены}) = 1 - 1/2 - 1/6 = 1/3$;
 $SS(\text{каждой из жен}) = 1/6$
- №31 $SS(\text{Демокр.}) = 1/2$; $SS(\text{Респуб.}) = 1/6$; $SS(\text{Либер.}) = 1/6$;
 $SS(\text{Независ.}) = 1/6$.
- №32 $SS(\text{Тигры}) = 4 \cdot 2! / 4! = 1/3$; $SS(\text{Львы}) = 1/3$; $SS(\text{Волки}) = 1/3$; $SS(\text{Зайцы}) = 0$.
- №33 $SS(\text{России}) = 1/2$; $SS(\text{Казахстан}) = SS(\text{Белоруссии}) = 1/6$;
 $SS(\text{Кыргызстан}) = SS(\text{Таджикистан}) = 1/12$

§ 6. Ответы: 1. 20; 2а. 40; 2б. 1600; 2с. 480; 3. 5040; 4. 256; 5. $24 - 1 = 15$;
6а. 24;

6б. 50; 7. 5040; 8а. 9!; 8б. 3024; 9. $4!3! = 144$; 10. 24; 11. 24; 12. $2 \cdot 4!4! = 1152$;
13. $7! - 2!6! = 3600$; 14. 15; 16. 56; 17. 270; 18. $35 \cdot 6 \cdot 1 = 210$;
19а. $C(20;3)C(5;4) = 5700$; 19б. $5700 + 190 = 5890$; 20а. $5! / 2! = 60$;

20b. $8!/2!2! = 10080$; 20с. $11!/4!2! = 831600$; 21. $C(5;2)C(3;1) + C(3;2)C(5;1) = 45$.

§ 7. Ответы:

1a. 63; 1b. $P(6;3)$; 1с. $63 - P(6;3)$; 2. $574 = 504+70$; 3. $C(5;3)23 = 80$;
4. $60 + 120 + 120 = 300$; 5. $C(15;6) C(9;7) C(2;2) = 180180$.
6. 4; 7. а. 40320; в. 1814400; с. 90720; 8. Нет. Нужно 11,57 раб. дня;
9a. 15; 9b. 12; 10a. {8; 9; 10}; 10b. {0; 1; ... 27}.

§ 8. Ответы «Мощность множества»

№1. 8. №2. 22. №3. 36. №4. 28.
№5.

	чай	кофе	
Женщины	30	23	53
Мужчины	6	29	35
	36	52	88

Ответ: **29**.

№6. 1) 44; 2) 44; 3) 26; 4) 18; 5) 15.

№7. 1) 9; 2) 8; 3) 16.

№8. 1) 17; 2) 46; 3) 19.

№9 26 – женихов пьют и курят, 7- пьют, но не курят.

№10 **4**. №11 **3**. №12 **2**. №13 **18; 7**. №14 **5**.

§ 9. Ответы «Пространство событий»

№1. $S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ №2 $S = \{\Pi; \text{НП}; \text{ННП}; \text{НННП}; \text{НННН}\}$ Н- не попал; П- попал.

№3. $S = \{\Gamma; \text{ЦГ}; \text{ЦЦГ}; \text{ЦЦЦГ}; \text{ЦЦЦЦ}\}$ Ц- цифра; Г- герб.

№4 **1**. 3 элементов: 4 и 6, 5 и 5, 6 и 4; **2**. Событие представляется пустым множеством;

3. 11 элементарных событий; **4**. всего $6 \cdot 6 = 36$ элементарных событий, из них $36/2 = 18$ благоприятных; **5**. 6; **6**. 2; **7**. 1; **8**. 6

§ 10. Ответы : «Операции над случайными величинами»

№1. $\bar{A} = \{1\} + \{2\} + \{3\} + \{4\} + \{5\}$

№ 2 $A + B = A$; $A \cdot B = B$

№ 3. A – попала в круг A ; B – попала в круг B ;

$A + B$ - попала или в круг A , или в круг B ;

$\bar{A} + B$ – входит все кроме чистого A ;

AB – общая часть A и B ;

$\bar{A}B$ - чистая B ;

№4 A – он владеет английским языком; AFI – владеет тремя языками;

$\bar{A}F$ – не владеет английским и владеет французским;

$A+FI$ – владеет английским или и французским и испанским;

№5 1) $\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3$; 2) $A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3$; 3) $S - \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3$

№6 1) $A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$; 2) $A \cdot B \cdot \bar{C}$; 3) $A \cdot B \cdot C$; 4) $S - \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$;

5) $A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C$;

6)

$A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot C$;

7) $A \cdot B \cdot \bar{C} + A \cdot \bar{B} \cdot C + \bar{A} \cdot B \cdot C$; 8) $\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3$; 9) $S - A \cdot B \cdot C$.

№7 1) $B = \{ \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \}$; 2) $C = \{ S - \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \}$; 3) $H = \{ A_1 A_2 A_3 \}$;

4) $D = \{ A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \}$; 5) $E = \{ A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3 \}$;

6) $F = \{ A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3 \}$; 7) $G = \{ \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3 + A_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3 \}$.

№8 1) $A+B$ – деталь оказалась или первого сорта или второго сорта;

2) $A+C$ – или не первого сорта или не второго;

3) AC – первого сорта и второго сорта;

4) $(AB)+C$ – первого и второго сорта или третьего сорта.

№9 1) " хотя бы раз выпал не герб";

2) " хотя бы раз промахнулись";

3) "от 3-х до 5-ти попаданий при пяти выстрелах";

4) "ни одного попадания при пяти выстрелах".

№10 1) \bar{M} ; 2) $M + St$; 3) $M \cdot St$; 4) $S - M \cdot St$;

5) $St \cdot \bar{M} + \bar{St} \cdot M$; 6) $\bar{St} \cdot \bar{M}$.

§ 11. НЕПОСРЕДСТВЕННЫЙ ПОДСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. $P = (C(4.1) C(7.0))/C(11.1) = 4/11$

2. $P = 1/5! = 1/120$

3. $P = 3/8$ а) $124/1024$

4. $P = (C(7.2) C(3.0))/C(10.2) = 7/15$

5. $P = 153/385$

6. $P = (C(5.1) C(7.1) C(8.1))/C(20.3) = 70/285$

7. $P = (C(5.2) C(45.4))/C(50.6) = 0.09$

8. $P = (C(2.2) C(2.0))/C(4.2) = 1/6$; $1 - 2(1/6) = 4/6$. Вероятность, что

вынутые шары разноцветные больше.

9. $P = (C(4.2) C(32.1))/C(36.3) = 192/7140$

10. $P = (C(4.2) C(6.1) + C(4.3) C(6.0))/C(10.3) = 1/3$

11. $P = (C(7.3) C(5.1) + C(7.4) C(5.0))/C(12.4) = 70/165$

12. $P = (C(2;2) C(8;2))/C(10;4) = 14/105$

13. а) $P = (C(10.2) C(8.1))/C(18.3) = 15/34$

б) $P = (C(10.3) C(8.0))/C(18.3) = 5/34$

14. $P = (C(15.4) C(5.0) + C(15.3) C(5.1))/C(20.4) = 728/969$

15. $P = 1/27$

16. $P = (C(5;4) \cdot 2^4)/C(10;4) = 80/105$

17. $P=C(4;3)/24=1/6$ 17а. $P=C(44;3)/(44 \cdot 43 \cdot 42)$
 18. а) $P=2!/6!=1/360$ б) $P=(2! \cdot 2!)/6!=1/180$
 19. $P=3!/7!$

§ 12. Ответы

20. 1.1. 65% 1.2. 35% 2. Крепкий кофе пьют 52 человека. 3.1. 0,7,
 3.2. 0,4, 3.3. 0,2, 3.4. 0,3
 21. 4. $P=5/6$ 5. нет; да 6. $P=1/2$ 7. $P=0,5$ 8. $P=0,6$ 9. 0,995338 10.
 $P=26/32$ 11. $P=15/25$ 12.1. 0.2827, 12.2. 0.7513 12.3. 0.7513, 12.4. 0.9681
 13.1. 34/36 13.2. 5/36 13.3. 16/36 13.4. 16/36 13.5. 20/36 13.6. 1/9
 22. 14. $P=15/36$ 15.1. 0,7 15.2. 0,6 15.3. 0.64 16. $P = 0.1243$ 17. 1-
 648/1024

§ 13. Условная вероятность. Независимость событий.

№ задачи	Ответы
1	
2	1) 2 выпадет 1 раз: $P(2)=1/3$; 2) 3 не может выпасть так, как это нечетное число; $0/3 = 0$.
3	$P=2/16=1/8$.
4	$P=12/20=6/10$.
5	$C(8,2)/C(20,2)=28/190=0,15$.
6	$C(12,1) \cdot C(8,1)/C(20,2)=96/190=0,5$.
7	1) $12/51$; 2) $C(13,2) \cdot C(39,0)/C(52,2)=78/130=0,6$; 3) $12/51+13/51=25/51=0,49$; 4) $11/51$.
8	$P(A/B)=1/2$.
9	$0,9+0,9-0,9 \cdot 0,9=0,99$; выгодно купить 2 системы А
10	$P(A)=0,99$ цена А=цена В+ цена С; $P(B)+P(C)-P(BC)=0,9+0,8-0,9 \cdot 0,8=0,98$
11	$1-(0,3 \cdot 0,45 \cdot 0,6)=0,919$
12	1) $0,6 \cdot 0,7$; 2) $(1-0,6) \cdot 0,7+0,6(1-0,7) = 0,46$.
13	$1-(0,3 \cdot 0,2)=0,94$; $1 - 0,3 \cdot 0,2 - 0,3 \cdot 0,2 = 0,9964$
14	$(13/52) \cdot (25/51) = 0.1255$
15	1) $2/5 \cdot 3/4=3/10$; 2) $1/5 \cdot 2/4=1/10$; 3) $3/6 \cdot 2/4=3/10$.
16	1) $C(3,2)C(4,0)/C(7,2) = 3/21 = 0.14$; 2) $C(4,2)C(3,0)/C(7,2)=0.29$; 3) $3/6$; 4) $4/7 \cdot 3/6 = 2/7$; 5) $4/7 \cdot 3/6 + 3/7 \cdot 4/6 = 4/7$.
17	$24/30+6/30 \cdot 24/29 = 840/870=84/87$.
18	0,91
19	$P = 1 - 0,5^4 = 0,94$

20	1/9
21	$(1/7)^3 = 1/343$; $7(1/7)^3 = 1/49$.
22	$1 - (0,4 \cdot 0,3 \cdot 0,2 \cdot 0,1) = 0,99$
23	$48/52 \cdot 4/51 + 4/52 \cdot 3/51 = 4/52$
24	$1/6 \cdot 3/5 \cdot 1/4 \cdot 2/3 = 0,017$
25	$3/6 \cdot 2/5 \cdot 2/4 \cdot 1/3 = 12/360 = 0,033$
26	$12/12 \cdot 11/12 \cdot 10/12$
27	4/52
28	1) $0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,7 = 0,14$; 2) $0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,3 + 0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,7 = 0,36$.
29	$[C(5,2)C(10,0)/C(15,2)] \cdot [C(3,0)C(10,2)/C(13,2)] = 450/8190 = 0,05$
30	$1/5 + 4/5 \cdot 1/4 = 2/5$
31	1) $2/7 \cdot 2/7 = 4/49$ не выстрелит; 2) $5/7 \cdot 4/7 = 20/49$ два раза выстрелит.
32	$3/16 = 0,1875$
33	$3/9 = 0,333$
34	3/4
35	$C(10,6)C(4,3)C(1,1)/3^{10} = 0,00002$
36	$36:4=9$ рыбок каждого вида. $1 \cdot 9/36 = 0,25$
37	$(0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,8) + (0,6 \cdot 0,3 \cdot 0,8) + (0,6 \cdot 0,7 \cdot 0,2) = 0,452$
38	$C(1,1)C(1,1)C(3,0)/C(5,2) = 0,1$; $C(1,1)C(1,1)C(3,1)/C(5,3) = 0,3$
39	$(0,6 \cdot 0,5 \cdot 0,6) + (0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,6) + (0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,4) = 0,36$
40	7/9

Ответы 41.1 нет, т.к. $0,3 \neq 0,5 \cdot 0,4$ **41.2** 0,6 **42.1** нет, т.к. $0,5 \neq 0,55 \cdot 0,6$

42.2 0,91 **43** 0,4 **44.1** нет, т.к. $0,9 \neq 0,64$ **44.2** 0,36

§ 14. Ответы 1 16/35 **2** 0,56 **3** 414/900 **4** 0,024 **5** 0,0019 **6** 1/9 **7** 0,3956 **8** 0,6 **9** у обоих 1/5. **10** 0,4

§ 15. Ответы 1а. 0,521 **1б.** 0,333 **2.** 0,9524 **3.** 0,778 **4.** 0,37 **5а.** 0,2927 **5б.** 0,5854

6. 0,87 **7.** 0,5294

§ 16. Ответы 1. 32/45 **2.** 0,6 **3.** 0,94 **4.** 0,82 **5.** $(p_1)^2 + (1-p_1)(1-p_2)$; $p_1(1-p_1) + (1-p_1)p_2$ **6.** 0,844 **7.** 35/56 **8.** 6/31 **9.** 13/600; 2/13 **10.** 0,4078 **11.** 0,83 **12.** 0,8125 **13.** 0,8809 **14.** 7/30; 3/23

§ 17. Ответы Случайная дискретная величина и закон ее распределения.

№1. Закон распределения

X	0	1	2
P	0.3	0.5	0.2

$\mu=0,9$; $D=0,49$; $\sigma=0,7$.

№2. Закон распределения:

X	0	1
P	25/30	5/30

$$\mu=1/6; D=0,138; \sigma=0,372.$$

№3.

X	-2	-1	0	1	2
P	0,1	0,2	0,2	0,4	0,1

$$\mu=0,2; D=1,36; \sigma=1,1662$$

№4.

X	0	1	2
P	0.36	0.48	0.16

$$\mu=0,8; D=0,48; \sigma=0,692$$

№5. Закон распределения:

X	0	1	5	10
P	445/500	40/500	10/500	5/500

$$\mu=0,28.$$

№6. Закон распределения:

X	\$10	-\$990
P	0.992	0.008

$$\mu=10 \cdot 0,992 + (-990) \cdot 0,008 = 2$$

№7. Закон распределения.

X	1	2	3	4
P	0.25	0.187	0.14	0,422

$$\mu=2,7344.$$

№8. Закон распределения.

X	1	-2	3	-4	5
P	1/8	1/16	1/16	1/2	1/4

$$\mu= -9/16.$$

№9. Закон распределения.

X	1	2	3	4	5	6	7	8
P	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

$$\mu=4,5.$$

№10. Закон распределения.

X	0	1	2	3	4
P	1/16	1/4	3/8	1/4	1/16

$$\mu=2.$$

№11.

X	0	1	2	3	4	5
P	1/32	5/32	10/32	10/32	5/32	1/32

 $\mu=2,5$.

№12. Закон распределения.

X	0	1	2
P	20/42	10/42+10/42	2/42

 $\mu=0,57$.

№13.

X	0	1	2	3
P	$(2/5)^3$	$1,2(3/5)^2$	$0,48(3/5)$	0,4

 $\mu=0,816$; $D=0,726$; $\sigma=0,85$.

№14. $\mu = n \cdot p = 20 \cdot 0,2 = 4$; $D = 3,2$; $\sigma = 1,789$. №15. $\mu = n \cdot p = 7 \cdot 0,5 = 3,5$;
 $D = 1,75$; $\sigma = 1,32$.

№16. $\mu = n \cdot p = 12 \cdot 5/6 = 10$; $D = 1,67$; $\sigma = 1,29$.№17. $\mu = 450$; 7 или μ . №18. $\mu = 509$; 12 тортов.№20. а) А: $\mu = 8,5\%$; $\sigma = 9,341\%$; В: $\mu = 7,4\%$; $\sigma = 2,835\%$;б) $\mu = 8,225\%$; $\sigma = 6,432\%$; г) $\mu = 7,62\%$; $\sigma = 1,276\%$;

§ 18. Ответы

№1. а) 3/32; б) 5/16; в) 57/64. №2. 0,07; $\mu=0,5$; $D = 0,42$.

№2а. а) $P(10,3) = C(10,3) \cdot (1/6)^3 (5/6)^7 = 0,155$; б) $P(10,1) = C(10,1) \cdot (1/6)(5/6)^9 = 0,323$; в) $P(\text{более 1 раза}) = 0,515$

№3. $\mu=2,5$. $P(A)=0,0004$. $D=2,5 \cdot 3/4=1,875$. $\sigma=1,369$.

№4. А) $P(7,1) = C(7,1) \cdot (1/10)(9/10)^6 = 0,372$; Б) $P(2 \text{ и более}) = 1 - P(7,0) - P(7,1) = 0,15$.

№5. А) $P(4,4) = 0,00075$. Б) $P(4,2) = 0,1157$.№6. А) $P(5,3) = 0,2048$. Б) $P(5,4) = 0,4096$. В) $P(\text{не менее } 4 - x) = 0,737$.

№7. А) $P(15,2) = 0,23$. $P(15,1) = 0,131$. $P(15,3) = 0,2501$. Б) $P(\text{не более } 3 - x) = 0,6482$.

№8. А) $P(9,1) = 0,348$ Б) $P(\text{не более } 2 - x) = 0,194 + 0,348 + 0,279 = 0,821$.№9. А) $P(5,2) = 0,0729$. $P(5,1) = 0,328$. Б) $P(\text{не более } 2x) = 0,4$ №10. А) $P(16,14) = 0,211$; Б) $P(16,15) = 0,1125$; $P(16,16) = 0,0281$ В) $P(\text{не менее } 4) = P(16,14) + P(16,15) + P(16,16) = 0,351$ №11. А) 0,514; Б) $\mu = 14 \cdot 0,12 = 1,68$; $D = 1,68 \cdot 0,88 = 1,47$.

№12. А) $P(6,2) = 0,2457$; Б) $P(6,0) = 0,531$; $P(\text{хотя бы один рыжий}) = 1 - 0,531 = 0,469$. №13. 0,0563;

№14. А) $P(4,0) = 0,364$; Б) $D = 0,816$;№15. А) $P(4,3) = 0,25$; Б) $P(8,5) = 0,2187$ №16. А) $P(4,2) = 0,3456$; Б) $P(6,3) = 0,2765$;

- №17. А) $P(5,0)=0,7737$; Б) $P(5,2)=0,021$;
 №18.1) Ровно 2 Д и 3 М: $P(5,2)=0,3125$; 2) 3Д и 2 М: $P(5,3)=0,3125$;
 3) $P(\text{нет Д})=P(5,0)=0,03125$; 4) $P(\text{нет М})=0,03$; 5) $P(5;5)+P(5,4)$;
 6) $P(5;5)+P(5,4)+P(5,3)$; 7) $P(\text{более 3х маль.})=P(5,4)+P(5,5)$;
 8) $P(\text{не более 4-х дев})=1-P(5,5)$
 №19. 0,68 №20. 0,9163 $\mu = 2,8$; $D=0,84$

§ 19. Тема: Гипергеометрическое распределение.

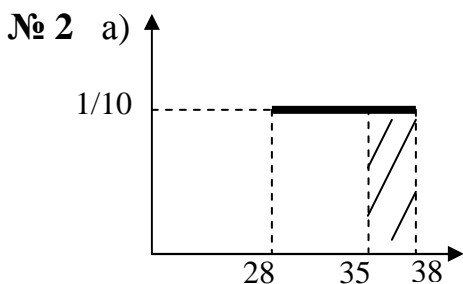
1. а) 0,441 $\mu=0,9$ $D=0,63$ б) 546/1140; $\mu=0,9$; $D=0,56$ 2. а) 0,3968; б) 0,1524;
 $\mu=0,8$ $D=0,601$
 3. 0; 0,002; 1; 0,667 4. а) 0,4096; б) 0,1536; $\mu=0,8$ $D=0,64$ 5 а) 0,4084; б)
 0,1535; $\mu=0,8$ $D=0,6369$ 7. 8. 0,2655; 0,6115.

§ 20. Тема: Распределение Пуассона

- №1. А) $P(k=3) = 0,029$ Б) $P(3) + \dots + P(n) = 1-P(0)-P(1)-P(2) = 0,986$
 №2. А) $P(k=2)=0,224$; Б) $P(3)+P(4)+\dots = 0,5768$;
 №3. А) $P(k=2)=0,1464$;
 Б) $P(\text{более 2х}) = 1-P(k=0)-P(k=1) = 1-0,01831-4\cdot 0,01831-0,1464=0,7998$
 №4. А) $P(k=2)=0,0446$; Б) $P(\text{не менее 2-х}) = 1-0,002479-6\cdot 0,002479=0,9826$;
 №5 А) $P(2,1)=0,32$; Б) $P(2,2)=0,64$
 №6. А) $P(k=1)=0,323$ Б) $P(\text{не меньше 2-х})=0,475$
 №7 А) $P(k=0)=0,45$ Б) $P(1 \text{ и более})=1-0,45=0,55$
 №8. А) $P(k=2) = 0,27$;
 Б) $P(k=0)=0,1353$; $P(k=1)=0,27$; $P(\text{не более 2-х}) = 0,27+0,27+0,135=0,675$;
 №9 $P(k=7)=0,026$;
 №10. А) $P(k=2)=0,084$; Б) $P(k=0)=0,006738$;
 $P(k=1)=0,033$ $P(3 \text{ и более})=1-0,084-0,006738-0,033=0,8762$
 №11. А) $P(k=0)=0,67$ Б) $P(k=1)=0,268$ $P(\text{менее 2х})=0,67+0,268=0,938$
 №12. А) 0,0031; Б) 0,0613; В) 0,3679.
 №13. А) $P(k=0)=0,606$ $P(k=1)=0,303$ $P(2 \text{х и более})=1-0,303-$
 $0,606=0,037$
 №14. $P = 0,0183 + 0,0733 + 0,1465 + 0,1954 = 0,4335$.
 №15. $P(k=5)=0,09$.
 №16. $P(k=20) = 0$.
 №17. $0,0067 + 0,0337 + 0,0842 = 0,1246$.
 №18. $P(k=4)=0,026$
 №19. $0,0183 + 0,0733 + 0,1465 = 0,2381$.
 №20. Имеет место гипергеометрическое распределение. Но, так как объем выборки меньше 5% от всей генеральной совокупности, то можно перейти к распределению Бернулли с $p = 0,04$. Далее, так как μ меньше девяти, вероятность можно подсчитать по формуле Пуассона: $0,2707 + 0,2707 = 0,5414$.

§ 21. Равномерный закон распределения

№ 1 $(30 - 27)/(30 - 25) = 0,6$.



$$P = \frac{1}{10} \cdot (38 - 35) = \frac{3}{10}$$

б) $P=0$, т.к. $35 > 33$

№ 3 1) $P = \frac{1}{20} \cdot 5 = \frac{1}{4}$; 2) $P = \frac{1}{20} \cdot 9 = \frac{9}{20}$; 3) $P = \frac{1}{20} \cdot 4 = \frac{1}{5}$;

4) $P=1+0=1$; 5) $P = \frac{1}{20} \cdot 10 + 0 = \frac{1}{2}$

№ 4

а) $P=(0,5-0,2) \cdot 1=0,3$; б) $P=(-0,3-(-0,5)) \cdot 1=0,2$;

в) $P=(0,5-0,1) \cdot 1+(-0,1-(-0,5)) \cdot 1=0,8$

г) $P=0$, т.к. $0,6 > 0,5$

№ 5 а) $P = \frac{1}{2} (0,9 - 0,5) = 0,2$; б) $P = \frac{1}{2} (1 - 0,56) + \frac{1}{2} (-0,56 - (-1)) = 0,44$;

в) $P = \frac{1}{2} (1 - 0,5) + \frac{1}{2} (-0,5 - (-1)) = 0,5$

№ 6 а) $\bar{x} = \frac{(20+36)}{2} = 28$ дней б) $P(x > 30) = \frac{1}{16} (36 - 30) = \frac{6}{16}$

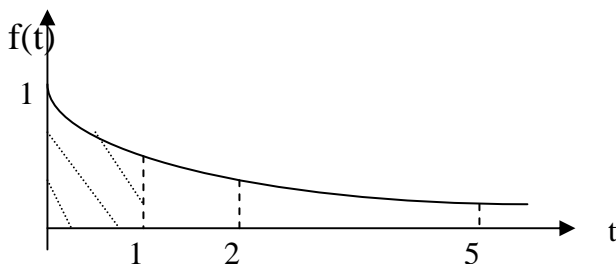
№ 7 $P = \frac{1}{45} (5 - 0) = \frac{1}{9}$; $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{81}$

№ 8 а) $P=(1-0,7) \cdot 1=0,3$; б) $P=(0,8-0,3) \cdot 1=0,5$

№ 9 а) $P=0,3 \cdot 1=0,3$; б) $P=(0,5-0) \cdot 1=0,5$

§ 22. Показательное распределение

№ 1



$$а) P(X < 1) = e^{-1.0} - e^{-1.1} = 1 - e^{-1} = 1 - 0.367879 = 0.632$$

$$б) P = e^{-1.5} - e^{-1.∞} = 0.0067; в) P = e^{-1.2} - e^{-1.5} = 0.1353 - 0.0067 = 0.1286$$

$$\text{№ 2 а) } a=0 \quad b=100$$

Чем больше времени, тем больше вероятность отказа.

$$P = e^{-0.03 \cdot 0} - e^{-0.03 \cdot 100} = 1 - 0.049787 = 0.95$$

$$б) P = 1 - 0,95 = 0,05$$

$$\text{№ 3} \quad P(0.2 < X < 0.3) = e^{-4 \cdot 0.2} - e^{-4 \cdot 0.3} = 0.449329 - 0.301194 = 0.148$$

$$\text{№ 4} \quad P = e^{-\frac{1}{30} \cdot 32} - e^{-\frac{1}{30} \cdot \infty} = 0.3329 - 0 = 0.3329$$

$$\text{№ 5} \quad P(\geq 1) = 0,9; \quad 0,9 = e^{-\lambda \cdot 1}; \quad P(\geq 24) = e^{-\lambda \cdot 24} - 0 = (e^{-\lambda})^{24} = 0,9^{24} = 0.07977$$

$$\text{№ 6} \quad P_1 = e^{-0.02 \cdot 0} - e^{-0.02 \cdot 6} = 1 - e^{-0.12} = 1 - 0.9 = 0.1;$$

$$P_2 = e^{-0.05 \cdot 0} - e^{-0.05 \cdot 6} = 1 - 0.741 = 0.259$$

$$а) P = 0,9 \cdot 0,741 = 0,6669; \quad б) P = 0,1 \cdot 0,259 = 0,0259;$$

$$в) P = 0,9 \cdot 0,259 + 0,1 \cdot 0,741 = 0,3072; \quad г) P = 1 - 0,0259 = 0,9741$$

$$\text{№ 7} \quad P_1 = e^{-0.1 \cdot 0} - e^{-0.1 \cdot 5} = 0.39; \quad P_2 = e^{-0.2 \cdot 0} - e^{-0.2 \cdot 5} = 0.63;$$

$$P_3 = e^{-0.3 \cdot 0} - e^{-0.3 \cdot 5} = 0.78$$

$$а) P = 0,61 \cdot 0,63 \cdot 0,78 + 0,39 \cdot 0,37 \cdot 0,78 + 0,39 \cdot 0,63 \cdot 0,22 = 0,4668$$

$$б) P = 0,61 \cdot 0,37 \cdot 0,78 + 0,39 \cdot 0,37 \cdot 0,22 + 0,61 \cdot 0,63 \cdot 0,22 = 0,293; \quad в) P = 0,61 \cdot 0,37 \cdot 0,22 = 0,0497; \quad г) P = 0,293 + 0,0497 = 0,3427; \quad д) P(0) = 0,39 \cdot 0,63 \cdot 0,78 = 0,192; \quad P = 1 - 0,192 = 0,81$$

$$\text{№ 8} \quad e^{-\lambda \cdot 70} = 0.87; \quad e^{-\lambda} = 0.87^{\frac{1}{70}}; \quad e^{-\lambda \cdot 22} = ((0.87)^{\frac{1}{70}})^{22} = 0.87^{\frac{22}{70}} \approx 0.955$$

$$\text{№ 9} \quad 1 - (0,846)^3 = 0,395.$$

§ 23. Ответы

1. 0,1587; 0,0062; 0,042; 0,9589; 0,045; 0,9981 2. 0,4207; 0,9382 3. 0,1587

4. 0,3085; 0,7642 5. 0,1151; 0,0668; 0,1915; 0,4592; 0,1781; 0,97725

6. 0,1587; 0,3085; 0,4332; 0,3811; 0,1935; 0,99861 7. $0,6244 \cdot 150 = 93,66$

8. $500 \cdot 0,01072 = 5,36$ 9. 1,0512; 0,9488 10. 2,5044; 4,79675 11. 312,2; 326,3 12. 24,874; 25,395 13. 26,2 14. 1,0412 15. 0,01072 16. 6,68% 17. $\mu = 5,82; \sigma = 2,4$ 18. $\mu = 10,3125; \sigma = 2,5$ 19. $\mu = 64,31; \sigma = 5,5$ 20. 0,0023 21. 0,01977; 0,039

22. 0,3953; 0,01 23. 0,2420; $0,031 + 0,072 = 0,103$ 24. 0,6289; 0,0483

25. 0,9 0,026 26. Если предполагать случайную выборку, то ответ однозначен: почти 100%. 27. 6,68% 28. 23,76% 29. 55%; ответ почти не изменится, так как объем выборки меньше 5%. 30. 0,35 31. $\mu = 5,78; \sigma = 0,317$ 32. 713 33. 99,71% 34. (158,62; 161,38)

§ 24. Выборки.

№ 1. Дано: {8;21;16}

Среднее арифметическое: $\mu=15$; стандартное отклонение: $\sigma = \sqrt{28.67} = 5.35$

Количество возможных выборок, состоящих из 2 элементов:

$$C(3,2) = \frac{3!}{2!1!} = 3:$$

1. {8;21} $\mu_1=14,5$ 2. {8;16} $\mu_2=12$ 3. {21;16} $\mu_3=18,5$

Среднее арифметическое для выборочных средних: $\mu = \frac{14.5+12+18.5}{3} = 15$

Стандартное отклонение для выборочных средних:

$$\sigma = \sqrt{\frac{14.5^2 + 12^2 + 18.5^2}{3} - 15^2} = \sqrt{7.17} = 2.68$$

Ответ: $\mu=15$, $\sigma=5,35$. Возможных выборок 3 и для выборок $\mu=15$, $\sigma_{\bar{x}} = 2,68$

№ 2. $\mu=11$, $\sigma = 2,55$. Возможных выборок 4 и для выборок $\mu = 11$, $\sigma_{\bar{x}} = 0,85$

Выборки из нормально распределенной популяции.

№ 1. Компания должна предложить 64 шины, так как в этом случае вероятность того, что средний пробег отобранных шин будет больше, чем 51400 км будет составлять 99 % и в результате таксопарк заключит с компанией контракт на покупку шин.

№ 2. Дано: $\mu=73$ года, $\sigma = 9,6$ года

а) $P(x < 72)$, если $n = 49$; $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{72 - 73}{9.6/\sqrt{49}} = -\frac{7}{9.6} = -0.729$. $P(x < 72) =$

0,2327

б) $P(x > 74)$, если $n = 36$; $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{74 - 73}{9.6/\sqrt{36}} = \frac{6}{9.6} = 0.63$. $P(x > 74) = 0.2643$

в) c , если $P(x > c)$, если $n = 64$; $2.055 = \frac{c - 73}{9.6/\sqrt{64}} \Rightarrow 2.055 = \frac{c - 73}{1.2} \Rightarrow c = 75.466$

№ 3. а) $P(x < 76) = 0,97725$; б) $P(x > 71,3) = 0,95$; в) $c = 71,8$

№ 4. Дано: $\mu = 121,5$ фунтов, $\sigma = 6,5$ фунтов, $n = 50$ чел-к

Определить: $P(x > 120)$ - ?

Решение: $z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{120 - 121.5}{6.5/\sqrt{5}} = -1.63$; $P(x > 120) = 0.9484$

№ 5. а) $P(x > 10,1) = 0,1587$; б) $P(9,9 < x < 10,2) = 1 - 0,1587 - 0,02275 = 0,81855$;

в) $c = 9,83$

№ 6. Дано: $\mu = 1000$ часов; дисперсия = 1600 часов; $n = 100$ ламп

Определить: $P(1002 < x < 1005)$ - ?

$$\sigma = \sqrt{1600} = 40 \text{ часов} \quad z_1 = \frac{1002 - 1000}{40/\sqrt{100}} = \frac{2}{4} = 0.5 \quad ; \quad z_2 = \frac{1005 - 1000}{40/\sqrt{100}} = \frac{5}{4} = 1.25$$

$$P(1002 < x < 1005) = 0,3085 - 0,1056 = 0,2029. \quad P(1002 < x < 1005) = 0,2029.$$

№ 7. Дано: $\mu = 484$ заказа ; $\sigma = 32$ заказа; $n = 6$ дней. Определить: $P(x > 500)$ - ?

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{500 - 484}{32/\sqrt{6}} = 1.22. \quad P(x > 500) = 0,1112$$

№ 8. Ответ: Завхоз должен купить 4569 лампочек, чтобы на 90 % быть уверенным, что их хватит на 30 дней.

§ 25. Ответы

1. (992,16 ; 1007,84) 2. (20,236 ; 23,764); никак. 3. 0,7994 4. 92,5%
5. 81 6. 78 7. 81 8. 82 9. 77 10. 61 11. 67 12. 179 13. 43

Распределение Стьюдента

14. $t_{1/2} = 2,575$; (4,45; 5,55) 15. (71,66; 83,34); (85992; 100 008)
16. $s = 2,454$; (101,96; 110,04) 17. а) (553,18; 646,82) б) (248931; 291069)
18. (5,15-0,065; 5,15+0,065) 19. (108,46; 111,54) 20. (44,66; 45,74)
21. $s = 0,049$; (2,165; 2,195) 22. (37,65; 47,95) 23. $s = 0,025$; (2,136; 2,184)
24. 92,5%

Проверка Гипотез 25. (0,05060; 0,05139) 26. CI: (145,53; 150,46)

27. (50,708; 51,492) 28. (2121,60 ; 2508,42) б) CI: (2153 ; 2477)

29. $(1 - 2,575 \cdot \frac{0,0406}{\sqrt{35}} ; 1 + 2,575 \cdot \frac{0,0406}{\sqrt{35}})$ 30. $P = 0,5 - 0,4706 = 0,0294$;

P-value = 0,0588

§ 26. Тема: Парные выборки

1. CI: (6,016; 29,984). Отвергаем нулевую гипотезу (5 не попадает в доверительный интервал).

2. P-value = 0,0217. На уровне значимости 0,01 или 0,02 - нет оснований отвергать нулевую гипотезу; на уровне значимости 0,03 и более – отвергаем нулевую гипотезу.

3. CI: (4,2; 31,8). Отвергаем нулевую гипотезу (0 не попадает в доверительный интервал).

4. а. CI: (1,685; 6,325) б. $t = 1,9$. $2,5\% < p\text{-value} < 5\%$.

5. CI: (37,6; 42,3).

6. $\bar{d} = 11,9$; $\bar{\sigma} = 10,6$. Отвергаем нулевую гипотезу (2 не попадает в CI).

7. CI: (17,05; 19,95).

8. CI: (-1,87; 10,47)

9. CI: (5,677; 10,32). Отвергаем нулевую гипотезу (0 не попадает в доверительный интервал).

10. CI: (-0,02; 4,62). Нет оснований отвергать нулевую гипотезу (0 попадает в CI).

§ 27. Ответы

1. (-28,1; -15,9) 2. 47; 60 3. Нет оснований отвергать H_0 , так как доверительный интервал (-18,12, 716); 6% 4. (-0,088, 1,088); $n_A = 173$; $n_B = 216$
5. (0,01; 0,99) 6. (3,825; 10,175) 7. (4,335; 9,665)

§ 28. Ответы

1. (0, 459; 0,655) 2. а) 592; б) 601 3. а) Нет оснований отвергать H_0 .
б) (0,406, 0,734) 4. (0,4973, 0,6674). Нет оснований отвергать H_0 . 5. (0, 65;
0,71) 6. 4145 7. 0,8164 8. 95% - CI = (0,36; 0,97) 9. 90% - CI = (0,37; 0,47)
10. 1087 семей 11. Уровень значимости 0,0192 12. 90% - CI = (0,013;
0,036)
13. 95% - CI = (0,45, 0,54) 14. 609 15. а) 0,23 б) 0,13 в) 41
16. 90% - CI = (0,712; 0,848) 17. Нет оснований отвергать H_0 .
18. Доверительная вероятность равна $0,897 = 89,7\%$

§ 29. Ответы

1. (9,47; 27) 2. (14,9; 26,5) 3. (0,1; 0,14) 4. (0,64; 3,68)
5. (7,7; 14,6) 6. Нет оснований утверждать, что стандартное отклонение меньше, чем 2,6 дюйма, так как доверительный интервал (2,385; 10,256).

§ 30. Ответы на регр. Задачи:

1) а) $y = 39,5 - 0,156x$, б) $r = -0,932$ в) (0,528 ; 0,16) д) $t^* = -6,3$ RH_0

2) а) $y = -0,7 + 1,9x$, б) $r = 0,99$ в) (1,53 ; 2,27)

3) а) $y = 6,38 + 2,03x$, б) $r = 0,98$ в) (1,256 ; 2,8)

4) а) $y = -0,058 + 0,0551x$ б) $r = 0,978$

5) а) $y = 4,36 - 2,6x$, б) $r = -0,99$ в) (-3,05 ; -2,15)

6) а) $y = 16,31 - 1,96x$ б) $r = -0,96$ в) $t^* = -7,2$ RH_0

7) а) $y = 12,47 - 1,8x$ б) $r = -0,92$ в) (-2,86 ; -0,74)

8) а) $y = 6,27 + 0,817x$, б) $t^* = -6,3$ $FTRH_0$

Ответы:**Вариант 0. 2005AUSA.F - Ответы**

1. 0,28/210; 100/210; 205/210

2.

X	0	1	2
p	35/84	42/84	7/84

$\mu=55/84$; $\sigma=0,62$ 3. **0,533; 0,188** 4. **0,423** 4а. **0,6772** 5. **0,9; 0,7; 0,6** б. **0,667** 7. **14%; 30,4%** 8. **0,2268; 0,097** 8а. **0,9901; 0,9868** 9. $\mu=5,1$; $\sigma=0,787$
 10. **713** 11. 95% 12. (158,06; 161,93); 0,0332; так как в таблице нет значений для 32 степеней свободы, интерполируя, можно взять значения 18,5 и 50. Тогда, доверительный интервал (3,5; 9,5) 13. (1,1; 16,4); (2,63; 14,86) 14. (0,44; 0,63); 22% - так как значение больше 10%, нет оснований отвергать основную гипотезу. 15. 2401; 1539 16. (-6,484; -3,516) – так как -3 не попадает в 95%-доверительный интервал отвергаем основную гипотезу. Объемы выборок: 47 и 79. 17. а) $y = 54.75 - 0.516x$, б) $r = -0.968$ в) $t^* = -9.43$ RH_0

Вариант STF021

1) 1.032 2) $z^* = -0.925$ $FTRH_0$ 3) $t^* = -2.83$ RH_0 4) $\chi^{2*} = 27.36$ $FTRH_0$ 5) $z^* = -1.53$ $FTRH_0$ 6) $z^* = -1.86$ RH_0 7) $t^* = 1.7$ $FTRH_0$ (-1.07; 5.93) 8) $\bar{x}_{\min} = 80394.9$ $\bar{x}_{\max} = 89605.07$ 9) 0.00144 10) $n=53$.

Вариант STF022

1) 17.05 2) $z^* = -1.46$ $FTRH_0$ 3) $t^* = 1.69$ RH_0 4) $\chi^{2*} = 30.25$ $FTRH_0$ 5) $z^* = 1.11$ $FTRH_0$ 6) $z^* = -1.665$ RH_0 7) $t^* = -1.33$ $FTRH_0$ 8) 0,1111 9) $n=51$ 10) $\alpha = 0.0394$.

Вариант STF023

1) 206.8. 2) $z^* = 2.45$ RH_0 3) $t^* = -1.19$ $FTRH_0$ 4) $\chi^{2*} = 60.75$ RH_0 (0.35;0.62) 5) $z^* = -1.08$ $FTRH_0$ 6) $z^* = 0.25$ $FTRH_0$ 7) $t^* = 1.87$ $FTRH_0$ 8) 0,00185 9) $\bar{x} = 7.97$ 10) $n=158$.

Вариант STF024

1) $z^* = 1.77$ $p=0.0384$ RH_0 2) $t^* = 1.76$ RH_0 3) $\chi^{2*} = 28.8$ $FTRH_0$ (764;3870) 4) $z^* = 0.997$ $FTRH_0$ 5) $z^* = -0.46$ 6) 221 7) $t^* = -2.032$ RH_0 (-7.57;21) 8) 0,04754 9) $n=335$ 10) $\bar{x} = 0.94575$.

Version STF02E1

1) 1.032 2) $z^* = -0,925$ $FTRH_0$ 3) $t^* = -2.83$ RH_0 4) $\chi^{2*} = 27.36$ $FTRH_0$ 5) $z^* = -1.53$ $FTRH_0$ 6) $z^* = -1.86$ RH_0 7) $t^* = 1.7$ $FTRH_0$ (-1.07; 5.93) 8) $\bar{x}_{\min} = 80394.9$ $\bar{x}_{\max} = 89605.07$ 9) 0.00144 10) $n=53$.

Вариант STM031

1) 0.3498 2) A 3) #3 4) $\mu = 1.875$, $\sigma^2 = 0.502$ 5) $\mu = 0.4$ $\sigma^2 = 0.36$ 6) $n=16$, $\mu = 155.5$ 7) 900 8) 0.5768 9) 6/11 10) 0.0058

Вариант STM032

1) 0.0384 2) B 3) #2 4) $\mu = 15/7$, $\sigma^2 = 20/49$ 5) $\mu = 0.8$, $\sigma^2 = 0.64$ 6) $n=19$, $\mu = 365$ 7) 160 8) 0.6767 9) 0.0505 10) 0.0022

Вариант STM033

1) 0.69 2) A 3) #1 4) $\mu = 9/8$, $\sigma^2 = 0.574$ 5) $\mu = 0.42$ $\sigma^2 = 0.19$ 6) $n=10$, $\mu = 236.5$ 7) 140 8) 0.062 9) 15/91 10) 0.00062

Вариант STM034

1) 60 2) C 3) #1 4) $\mu = 0.6, \sigma^2 = 0.373$ 5) $\mu = 2.7, \sigma^2 = 0.27$ 6) $n = 13, \mu = 378$ 7) 450 8) 0.5768 9) 0.0505 10) 0.000136

Вариант STM041

1) 27/64 2) 7/12 3) 0.0086 4) 7/13 5) $\mu = 6/7, \sigma^2 = 20/49$ 6) 0.26
7) $n = 13, 14, \mu = 252.5$ 8) a) 0.168 b) 0.4232 c) 0.5768 9) $\mu = 1.5, \sigma^2 = 0.75$
10) 5/28 11) $\mu = -\$4.588$

Вариант STM042

1) 1/9 2) 8/23 3) $\mu = 2, \sigma^2 = 0.4$ 4) 0.027 5) $\mu = 0.4, \sigma^2 = 0.36$ 6) 756
7) 0.093 8) $n = 9, \mu = 250$ 9) a) 0.1755 b) 0.4001 c) 0.9596 10) 0.3895
11) $\mu = -\$8.09$

Вариант STM043

1) $\mu = 6/7, \sigma^2 = 16/49$ 2) 15/23 3) 0.702 4) 0.982 5) 0.2 6) 0.141
7) $n = 10, \mu = 236$ 8) 0.168 9) 0.9954 10) 0.41 11) $\mu = -\$7.52$

Вариант STM044

1) 0.635 2) $\mu = 0.75, \sigma^2 = 0.401$ 3) 540 4) 6/13 5) 0.04336 6) $n = 7, \mu = 194$
7) a) 0.1465 b) 0.6106 c) 0.9084 8) 4200 9) 0.2127 10) 0.0475 11) $\mu = -\$12.487$

Вариант STM051

1) 0.972 2) 0.16 3) $\mu = 1.5, \sigma = 0.645$ 4) 6/31 5) #2 6) 0.062
7) $n = 10, \mu = 177.5$ 8) a) 0.0512 b) 0.6723 c) $\mu = 4, \sigma = 0.89$
9) $\mu = -1.1$ 10) 0.239

Вариант STM052

1) 0.896 2) $\mu = 1.2, \sigma = 0.748$ 3) 0.0496 4) 0.9826 5) $n = 4, \mu = 476$
6) 0.1319 7) 3/7 8) $\mu = 2.4, \sigma = 0.69$ 9) 0.216
10) $\mu = -2.5$

Вариант STM053

1) 0.067 2) $\mu = 1.125, \sigma = 0.71$ 3) 0.0054 4) 4/49 5) 0.239
6) 0.938 7) $n = 10, \mu = 355$ 8) -1.11 9) #2 10) 1/3

Вариант STM054

1) 3/31 2) $\mu = 0.6, \sigma = 0.611$ 3) 0.5 4) 6/38 5) $\mu = -1.25$ 6) 0.997
7) $n = 4, \mu = 592$ 8) 4/7 9) 0.984 10) 0.7714

Вариант 0. 2004-2005F

№1. 84 №2. а) 17/65, б) 13/17 №3. а) 0,9 б) 0,7 в) 0,6

№4. 2/3

№5. $\mu=14$; $\sigma=30,4$.

№6. Закон распределения:

X	0	200	400
P	89/110	20/110	1/110

$\mu=40$; $\sigma=84,4$.

№7. 0,188 №8. а) 0,1583 б) 0,9084 №9. 0,0688

№10. а) 0,233 б) 0,345 10а) не изменится. №11. $\mu=5,13$; $\sigma=3,75$.

№12. $n=713$. №13. 98,6%. №14. а) (158,06-161,9) б) $p=0,0166$.

№15. а) (1,12-16,38) б) $t^*=1,47$ нет оснований отвергать основную

гипотезу

№16. (0,37-0,7). №17. а) $n=2401$ б) $n=2017$.

№18. а) 65 б) 702 №19. 0,59 №20 1/3.

Основные статистические таблицы

Таблица значений функции $\exp(-a)$

a	$\exp(-a)$	a	$\exp(-a)$	a	$\exp(-a)$	a	$\exp(-a)$	a	$\exp(-a)$
0,0	1	2,0	0,135335283	4,0	0,018315639	6,0	0,002478752	8,0	0,000335463
0,1	0,904837418	2,1	0,122456428	4,1	0,016572675	6,1	0,002242868	8,1	0,000303539
0,2	0,818730753	2,2	0,110803158	4,2	0,014995577	6,2	0,002029431	8,2	0,000274654
0,3	0,740818221	2,3	0,100258844	4,3	0,013568559	6,3	0,001836305	8,3	0,000248517
0,4	0,670320046	2,4	0,090717953	4,4	0,01227734	6,4	0,001661557	8,4	0,000224867
0,5	0,60653066	2,5	0,082084999	4,5	0,011108997	6,5	0,001503439	8,5	0,000203468
0,6	0,548811636	2,6	0,074273578	4,6	0,010051836	6,6	0,001360368	8,6	0,000184106
0,7	0,496585304	2,7	0,067205513	4,7	0,009095277	6,7	0,001230912	8,7	0,000166586
0,8	0,449328964	2,8	0,060810063	4,8	0,008229747	6,8	0,001113775	8,8	0,000150733
0,9	0,40656966	2,9	0,05502322	4,9	0,007446583	6,9	0,001007785	8,9	0,000136389
1,0	0,367879441	3,0	0,049787068	5,0	0,006737947	7,0	0,000911882	9,0	0,00012341
1,1	0,332871084	3,1	0,045049202	5,1	0,006096747	7,1	0,000825105	9,1	0,000111666
1,2	0,301194212	3,2	0,040762204	5,2	0,005516564	7,2	0,000746586	9,2	0,000101039
1,3	0,272531793	3,3	0,036883167	5,3	0,004991594	7,3	0,000675539	9,3	0,000091424
1,4	0,246596964	3,4	0,03337327	5,4	0,004516581	7,4	0,000611253	9,4	0,000082724
1,5	0,22313016	3,5	0,030197383	5,5	0,004086771	7,5	0,000553084	9,5	0,000074852
1,6	0,201896518	3,6	0,027323722	5,6	0,003697864	7,6	0,000500451	9,6	0,000067729
1,7	0,182683524	3,7	0,024723526	5,7	0,003345965	7,7	0,000452827	9,7	0,000061284
1,8	0,165298888	3,8	0,022370772	5,8	0,003027555	7,8	0,000409735	9,8	0,000055452
1,9	0,149568619	3,9	0,020241911	5,9	0,002739445	7,9	0,000370744	9,9	0,000050175

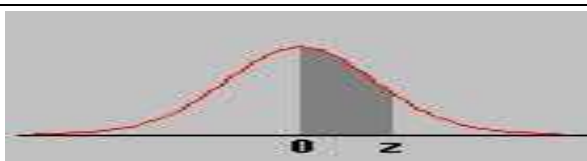
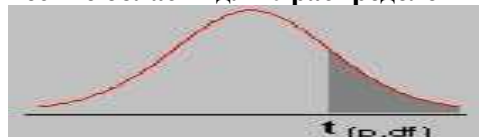


Таблица нормального распределения

	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.0000	0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

(При $z > 3$ значения приближенно равны 0.5)

Критические области для t-распределения Стьюдента



df/p	0.40	0.25	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005	0.0005
3	0.276671	0.764892	1.637744	2.353	3.18245	4.54070	5.84091	12.9240
4	0.270722	0.740697	1.533206	2.131847	2.77645	3.74695	4.60409	8.6103
5	0.267181	0.726687	1.475884	2.015048	2.57058	3.36493	4.03214	6.8688
6	0.264835	0.717558	1.439756	1.943180	2.44691	3.14267	3.70743	5.9588
7	0.263167	0.711142	1.414924	1.894579	2.36462	2.99795	3.49948	5.4079
8	0.261921	0.706387	1.396815	1.859548	2.30600	2.89646	3.35539	5.0413
9	0.260955	0.702722	1.383029	1.833113	2.26216	2.82144	3.24984	4.7809
10	0.260185	0.699812	1.372184	1.812461	2.22814	2.76377	3.16927	4.5869
11	0.259556	0.697445	1.363430	1.795885	2.20099	2.71808	3.10581	4.4370
12	0.259033	0.695483	1.356217	1.782288	2.17881	2.68100	3.05454	4.3178
13	0.258591	0.693829	1.350171	1.770933	2.16037	2.65031	3.01228	4.2208
14	0.258213	0.692417	1.345030	1.761310	2.14479	2.62449	2.97684	4.1405
15	0.257885	0.691197	1.340606	1.753050	2.13145	2.60248	2.94671	4.0728
16	0.257599	0.690132	1.336757	1.745884	2.11991	2.58349	2.92078	4.0150
17	0.257347	0.689195	1.333379	1.739607	2.10982	2.56693	2.89823	3.9651
18	0.257123	0.688364	1.330391	1.734064	2.10092	2.55238	2.87844	3.9216
19	0.256923	0.687621	1.327728	1.729133	2.09302	2.53948	2.86093	3.8834
20	0.256743	0.686954	1.325341	1.724718	2.08596	2.52798	2.84534	3.8495
21	0.256580	0.686352	1.323188	1.720743	2.07961	2.51765	2.83136	3.8193
22	0.256432	0.685805	1.321237	1.717144	2.07387	2.50832	2.81876	3.7921
23	0.256297	0.685306	1.319460	1.713872	2.06866	2.49987	2.80734	3.7676
24	0.256173	0.684850	1.317836	1.710882	2.06390	2.49216	2.79694	3.7454
25	0.256060	0.684430	1.316345	1.708141	2.05954	2.48511	2.78744	3.7251
26	0.255955	0.684043	1.314972	1.705618	2.05553	2.47863	2.77871	3.7066
27	0.255858	0.683685	1.313703	1.703288	2.05183	2.47266	2.77068	3.6896
28	0.255768	0.683353	1.312527	1.701131	2.04841	2.46714	2.76326	3.6739
29	0.255684	0.683044	1.311434	1.699127	2.04523	2.46202	2.75639	3.6594
30	0.255605	0.682756	1.310415	1.697261	2.04227	2.45726	2.75000	3.6460
∞	0.253347	0.674490	1.281552	1.644854	1.95996	2.32635	2.57583	3.2905

Критические области для хи-квадрат распределения



df\area	.995	.990	.975	.950	.900
2	0.01003	0.02010	0.05064	0.10259	0.21072
3	0.07172	0.11483	0.21580	0.35185	0.58437
4	0.20699	0.29711	0.48442	0.71072	1.06362
5	0.41174	0.55430	0.83121	1.14548	1.61031
6	0.67573	0.87209	1.23734	1.63538	2.20413
7	0.98926	1.23904	1.68987	2.16735	2.83311
8	1.34441	1.64650	2.17973	2.73264	3.48954
9	1.73493	2.08790	2.70039	3.32511	4.16816
10	2.15586	2.55821	3.24697	3.94030	4.86518
11	2.60322	3.05348	3.81575	4.57481	5.57778
12	3.07382	3.57057	4.40379	5.22603	6.30380
13	3.56503	4.10692	5.00875	5.89186	7.04150
14	4.07467	4.66043	5.62873	6.57063	7.78953
15	4.60092	5.22935	6.26214	7.26094	8.54676
16	5.14221	5.81221	6.90766	7.96165	9.31224
17	5.69722	6.40776	7.56419	8.67176	10.08519
18	6.26480	7.01491	8.23075	9.39046	10.86494
19	6.84397	7.63273	8.90652	10.11701	11.65091
20	7.43384	8.26040	9.59078	10.85081	12.44261
21	8.03365	8.89720	10.28290	11.59131	13.23960
22	8.64272	9.54249	10.98232	12.33801	14.04149
23	9.26042	10.19572	11.68855	13.09051	14.84796
24	9.88623	10.85636	12.40115	13.84843	15.65868
25	10.51965	11.52398	13.11972	14.61141	16.47341
26	11.16024	12.19815	13.84390	15.37916	17.29188
27	11.80759	12.87850	14.57338	16.15140	18.11390
28	12.46134	13.56471	15.30786	16.92788	18.93924
29	13.12115	14.25645	16.04707	17.70837	19.76774
30	13.78672	14.95346	16.79077	18.49266	20.59923

df\area	.100	.050	.025	.010	.005
2	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.59663
3	6.25139	7.81473	9.34840	11.34487	12.83816
4	7.77944	9.48773	11.14329	13.27670	14.86026
5	9.23636	11.07050	12.83250	15.08627	16.74960
6	10.64464	12.59159	14.44938	16.81189	18.54758
7	12.01704	14.06714	16.01276	18.47531	20.27774
8	13.36157	15.50731	17.53455	20.09024	21.95495
9	14.68366	16.91898	19.02277	21.66599	23.58935
10	15.98718	18.30704	20.48318	23.20925	25.18818
11	17.27501	19.67514	21.92005	24.72497	26.75685
12	18.54935	21.02607	23.33666	26.21697	28.29952
13	19.81193	22.36203	24.73560	27.68825	29.81947
14	21.06414	23.68479	26.11895	29.14124	31.31935
15	22.30713	24.99579	27.48839	30.57791	32.80132
16	23.54183	26.29623	28.84535	31.99993	34.26719
17	24.76904	27.58711	30.19101	33.40866	35.71847
18	25.98942	28.86930	31.52638	34.80531	37.15645
19	27.20357	30.14353	32.85233	36.19087	38.58226
20	28.41198	31.41043	34.16961	37.56623	39.99685
21	29.61509	32.67057	35.47888	38.93217	41.40106
22	30.81328	33.92444	36.78071	40.28936	42.79565
23	32.00690	35.17246	38.07563	41.63840	44.18128
24	33.19624	36.41503	39.36408	42.97982	45.55851
25	34.38159	37.65248	40.64647	44.31410	46.92789
26	35.56317	38.88514	41.92317	45.64168	48.28988
27	36.74122	40.11327	43.19451	46.96294	49.64492
28	37.91592	41.33714	44.46079	48.27824	50.99338
29	39.08747	42.55697	45.72229	49.58788	52.33562
30	40.25602	43.77297	46.97924	50.89218	53.67196

Литература

1. Alan H. Kvanli, ... *Introduction to business statistics*.
2. Томас Р. *Количественные методы анализа*. М. Дело и сервис. 1999
3. Эддоус М., Стэнсфилд Р. *Методы принятия решений*.
4. Lawrence L. Lapin *Statistics for modern business decisions*.
5. Эндрю Ф. Сигел *Практическая бизнес-статистика*.

Мы благодарим всех своих близких, коллег, слушателей и студентов, без явного и неявного содействия которых эта книга была бы невозможна.

Особая благодарность С.М. Урмамбетову, за его огромный вклад в эту книгу.